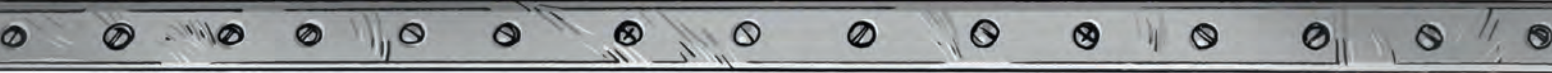




MATEMATIKA 7.



Eszterházy Károly Egyetem
Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet



Üdvözlünk a 7. osztályban!

Az új matematikakönyvedet tartod a kezvedben.

Ha ennek a sorozatnak az 5.-es vagy 6.-os könyvéből tanultál korábban, akkor találsz néhány ismerős dolgot, de lesznek újdonságok is.

A fejezet elején olvasható történet egy a témához kapcsolódó híres matematikusról mesél.



DISCOVER YOUR LINK

Készítsetek mondatokat a megadott három szó mindegyikének egyszeri felhasználásával! Legyen a három szó a következő: nézz, csak, rám! Ertelmezzétek az így kapott mondatokat! Beszéljétek meg, hogy melyiket milyen helyzetben tudjátok elképzelni!



KUTATÓMUNKA

Nézz utána, hogyan ábrázolták a számokat az ókorban! Keress legalább kétféle ábrázolási módot!

Keress az interneten arra vonatkozó információkat, hogy mikor használtak először negatív számokat!

Az új ismereteket játékkal, csoportokban
végezhető feladatokkal vagy érdekes példákkal
vezetjük be.

A tankönyv otthoni kutatómunkának ajánlott feladatokat is tartalmaz.

5. Results

Jólcsi kulcse üdítő dobozi hozza! magával, melyek tetejére ráírta a 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 számokat, és felrajzolta a földre a mellékelt ábrát. A gyerekeknek úgy kellett a dobozokat a körükre helyezni, hogy a szakszókival összekötött körökbe tartozó három szám szorzata ugyanannyi legyen. Hogyan oldand meg jólcsi feladatát?



Meyold's

A 10-80-90, 90-20-40 és a 40-30-60 számlhármások megoldják a feladat megoldását

LÁTÉK

Páros játékok

1. A kiinduló szám a nulla. Felváltva kell egyre nagyobb pozitív egész számokat mondanotok úgy, hogy az előző legfeljebb 3-mal növelhettek, és a 21-et nem léphetitek túl. Az a játékos nyer, aki kimondhatja a másikkal a 21-et.

Például Dóri és Zsolt felváltva ezeket a számokat mondta:

Vagyis most Dóri nyert.

[illegible]

1a- Hány olyan nyolcjegyű szám van, amelynek számjegyei csökkenő sorrendben követik egymást?
2a- Egy nyolcszempélyes társaságban mindenki mindenkivel kezét fogott. Hány kézfogás történt összesen?

6a- Egy társasághoz hat darab különböző színű baba tartozik: piros, zöld, fehér, sárga, lilá és fekete. Három szeretnénk játszani, ezért három babát kell kiválasztani. Hányféleképpen lehet ezt megtenni? Sorold fel az eseteket!

50. Hét pont úgy helyezkedik el a síkon, hogy semelyik háromra nem illeszkedik egy egyenes. Hány darab szakaszt kell rajzolni, ha minden lehetséges módon összekötjük őket?

44. Egy 15 fős csoportban 13 muzsijegyet kell kiosztani. Egyfél több jegyet senki nem kaphat. Hányféle kiosztás lehetséges?

50- Az iskolai pályázatra öt pályámű érkezett. A három legjobbát díjazták. A díjakat nem különböztetik meg egymástól. Hányféleképpen történhet a díjazás?



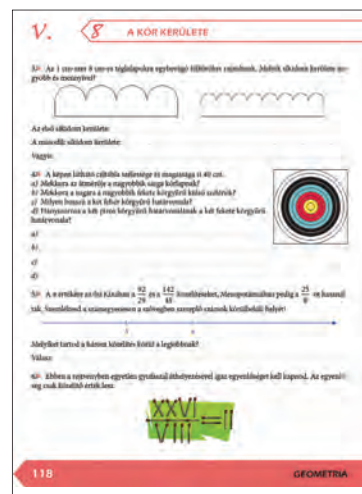
A fontos tudnivalókat piros
színnel emeltük ki, hogy
könnyebben megtaláld azokat.

A könyvhöz tartozó munkafüzet példái és néhány könnyved, játékos feladat is segít a tanulásban.

JÓ TANULÁST ÉS KELLEMES UTAZÁST!



A könyvben érdekes kiegészítéseket is találsz.



I. GONDOLKODJUNK!



Esztert és Kristófot első hallásra nem hozta lázba a kötelező tanulmányi kirándulás híre.

– Láttad, hogy Judit néni még azt is előírta, hogy előadást tartsunk a többieknek? – fordult Eszter Kristófhoz.

Kristóf csak bólogatott, de nem válaszolt, mert teljesen elmerült annak az új téridőtrafónak a tanulmányozásában, amit az iskola egy nemzetközi pályázaton nyert. A szerkezet lehetővé tette, hogy az osztály néhány tagja a kirándulás alkalmával szabadon mozogjon a térben és az időben. A kezdeti unott várakozást és az első téridőutazást követően Kristóf úgy fordult Eszterhez, mintha csak az egy nappal korábban feltett kérdésére válaszolna, bár ez alkalommal elégedett mosoly terült szét az arcán.

– Azt hittem, halálosan unalmas lesz, de ez elképesztő volt! Láttuk Arisztotelészt meg Alexandroszt fiatalon. Ott sétáltak előttünk, akár meg is tudtuk volna érinteni őket! És az a fordítókütyü, amit kaptunk, Attila eddigi legjobban sikerült szerkezete!

– Érdekes volt hallani, amikor Arisztotelész a logikáról, a logikai következtetésekről mesélt, aztán meg arról magyarázott, hogyan emlékezünk azokra a dolgokra, amiket korábban érzékelünk, és hogy tulajdonképpen ebből következik az, hogy tudunk valamit – mondta Eszter elgondolkodva.

– Kár, hogy utána a katonák elvitték a kis Nagy Sándort vívőedzésre. Rémes, hogy még be sem jelölhetem facebookon! – nevetett Kristófra, aki lelkesen böngészte a következő utazás kiírását a neten.

CSOPORTMUNKA

Keressetek válaszokat két-háromfős csoportokban a következő kérdésekre!

- I. Hányféleképpen lehet a 10-et három pozitív egész szám összegére bontani, ha a számok sorrendje
 - a) nem számít;
 - b) számít?
- II. Hányféle olyan háromszög van, amelyeket tíz egyforma pálcikából (például gyufaszálból) tudtok kirakni?

A csoportmunka során láthattátok, hogy vannak olyan kérdések, amelyekben csak összeszámlálás a feladat. Az ilyen típusú kérdésekkel is a matematika foglalkozik. Amíg az esetek száma nem túl nagy, addig figyelmes felsorolással is megválaszolhatod a kérdéseket, de nagy esetszám esetén nem könnyű a feladat.



1. PÉLDA

Az ábrán látható bűvös négyzet minden sorában és minden oszlopában ugyanannyi a három szám összege. Töltsük ki a táblázatot! Előfordulhat-e, hogy nyolc tanuló mindegyike másféle sorrendben írja be a hiányzó számokat?

Megoldás

Számoljuk össze a lehetséges sorrendeket! Írjunk betűket a hiányzó számok helyére!

A középső oszlopban a számok összege 80, vagyis minden sorban és minden oszlopban ugyanannyi lesz az összeg. Az a és a b értékét azonnal meg tudjuk mondani. Mivel a beírás sorrendjét szeretnénk összeszámlolni, ezért ezt a két esetet kell végiggondolnunk:

I. eset: az a beírásával kezdünk.

Ezután a d és a b is beírható lesz. E kettő közül bármelyikkel is folytatjuk, utána már a c értéke is megadható lesz.

Mindezek alapján a következő sorrendek lehetségesek:

a, b, c, d ; a, b, d, c ; a, d, b, c ; a, d, c, b .

II. eset: a b beírásával kezdünk.

Ezután már az a és a c is beírható lesz. E kettő közül bármelyikkel is folytatjuk, utána már a d értéke is kiszámolható lesz.

Vagyis most ezek a sorrendek lehetségesek:

b, a, c, d ; b, a, d, c ; b, c, a, d ; b, c, d, a .

A két eset vizsgálata során nyolc különböző sorrendet kaptunk. A bűvös négyzet kitöltésekor ezek bármelyike követhető, vagyis előfordulhat, hogy nyolc tanuló mindegyike másféle sorrendben írja be a hiányzó számokat.

43	21	
	36	33
	23	

43	21	a
b	36	33
c	23	d

43	21	16
11	36	33
26	23	31

Érdekesség

A bűvös négyzetek kitöltése a fenti példánál szigorúbb szabályok szerint is történhet. Megkövetelhető, hogy a sorok és oszlopok mellett a két átlóban szereplő számok összege is egyenlő legyen a „bűvös” számmal. Ráadásul az is megszabható, hogy az egész számokat 1-től kezdődően írjuk be a táblázatba.

Ezeket a szabályokat figyelembe véve egy háromszor hármas és egy négyszer négyes bűvös négyzetet mutatunk. Ez utóbbi megtalálható Albrecht Dürer *Melankolia* című metszetén is.

A világhálón további érdekességeket találhatsz a bűvös négyzetekkel kapcsolatban.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

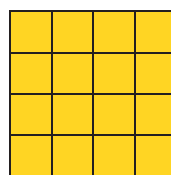
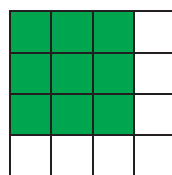
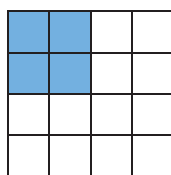
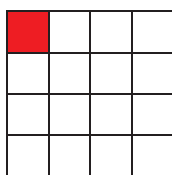
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

**2. PÉLDA**

Öt vízszintes és öt függőleges egyenes egy négyszer négyes négyzetrácsot alkot. Hány négyzetet határoz meg ez a tíz egyenes?

Megoldás

Ezek az egyenesek négy különböző nagyságú négyzetet határoznak meg. A bal felső sarokba rajzolt legkisebb piros négyzetet minden sorban négy helyre tehetjük le és négy sor közül választhatunk. Ha az összes lehetséges elhelyezést figyelembe vesszük, akkor 16 esetet kapunk. Hasonló módon gondolkodva kapjuk, hogy a többi méretű négyzetből 9, 4, illetve 1 darab lesz. Ebből következik, hogy a 10 egyenes összesen $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ négyzetet határoz meg.

**FELADATOK**

1. Válaszolj a kérdésekre!

a) Hány darab kétjegyű páros szám van?

b) Hány darab háromjegyű páratlan szám van?

2. Nekeresdiában csak öt betű van: két magánhangzó és három mássalhangzó. Minden szó hárombetűs, és pontosan egy magánhangzót tartalmaz. Hány szó lehet összesen Nekeresdiában?

3. Egy társasjátékban annyit léphetsz előre a bábuddal, amennyit a dobókockával dobsz. A startmező sorszáma 0.

- Hányas sorszámú mezőkön állhat a bábu, ha már háromszor dobtál?
- Hányas sorszámú mezőkön állhatott közben a bábu, ha a harmadik dobás után a 17-es mezőre került?
- Hányas sorszámú mezőkön állhatott közben a bábu, ha a harmadik dobás után a 9-es mezőre került?



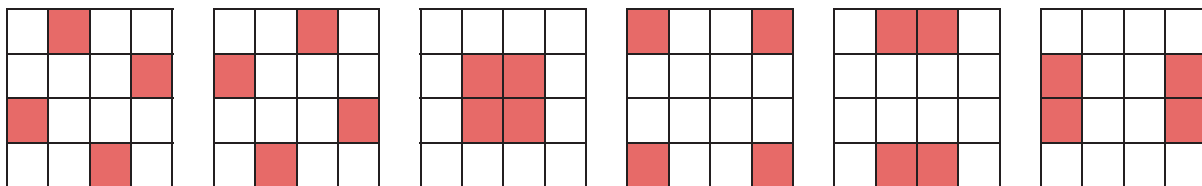
4. Növekedő számsort kell készítened négy pozitív egész számból. A számsorban a 10 legyen a legnagyobb szám, és az 5-nek is szerepelnie kell benne. Az öttel osztható számok elé mindig pontosan egy darab nem öttel osztható számot kell írnod. Hányféle számsort tudsz készíteni?

5. Válaszolj a kérdésekre!

- Hány egyenes jelöli ki a sakktábla négyzetrácsát?
- Hány darab négyzetet határoznak meg a sakktáblát kijelölő egyenesek?

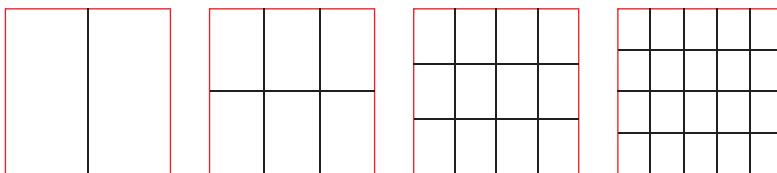
6. Figyeld meg az ábrán Dürer *Melankólia* című metszetét, majd válaszolj az alábbi kérdésekre!

- Mennyi a bűvös száma a metszeten látható négyszer négyes bűvös négyzetnek?
- Mennyi a számok összege a besatírozott mezőkben?



7. Liza szobájából, a szemközti háromszintes ház minden szintjén négy ablak látható. Este megfigyelte, hogy ezek közül négy mögött nem ég a villany. A sötét ablakok sem sarkukkal, sem oldalukkal nem érintkeznek. Hányféleképpen helyezkedhet el ez a négy ablak? Rajzolj a füzetedbe!

8. Az ábrán egy olyan, négyzet alakú ablakokból álló sorozat első négy elemét látjuk, amelyekre rácsot terveztek. Az első ablakot a rács két, a második ablakot hat egyforma részre osztja, és így tovább.



- Hány darab függőleges szakaszból állna a rács a hetedik ablakon?
- Hány darab vízszintes szakaszból állna a rács a nyolcadik ablakon?
- Hány részre osztaná a rács a tizedik ablakot?
- Hány cm^2 lenne egy kis téglalap területe az ötödik ablakon, ha az eredeti ablak $1,44 \text{ m}^2$ területű?
- Hányadik ablakot osztaná a rács 9900 részre?

CSOPORTMUNKA

Készítsetek mondatokat a megadott három szó mindegyikének egyszeri felhasználásával! Legyen a három szó a következő: nézz, csak, rám! Értelmezzétek az így kapott mondatokat! Beszéljétek meg, hogy melyiket milyen helyzetben tudjátok elképzelni!

Ebben a leckében olyan kérdésekre keressük a választ, amelyekben a sorba rendezések számát kell megadnunk. Például hányféle háromsávós zászló képzelhető el három tetszőleges szín mindegyikének felhasználásával?



A rajz mutatja, hogy hatféle zászlót tudtunk készíteni.

1. PÉLDA

Öt jó barát minden nap egyszerre érkezik a tanterem bejáratához. Az első iskolai napon elhatározták, hogy mindennap másféle sorrendben lépnek be a terembe. Vajon megtehetik ezt a téli szünet megkezdéséig? Hányadik tanítási napon fog megtörténni, hogy kénytelenek olyan sorrendben belépni a terembe, amilyen korábban már előfordult?

Megoldás

Ha csak hárman lennének, akkor a bevezető kérdés alapján azonnal tudnánk, hogy hatféle sorrend fordulhat elő.

Ha négyen lennének, akkor bármelyikük beléphetne elsőnek, de a maradék három gyerek utána hatféleképpen mehetne be a terembe. Ez összesen $4 \cdot 6$, azaz 24 sorrend lenne.

Mivel öten vannak, és bármelyikük beléphet elsőnek, ezért az elsőnek belépőt még négy tanuló fogja követni. Már tudjuk, hogy ők négyen 24 különböző sorrendben léphetnek be a terembe, ezért a sorrendek száma $5 \cdot 24$, azaz 120. A téli szünet kezdése évenként változó, de december 20-a környékén szokott lenni. Egy hónapban kb. 20–22 tanítási nap van, és időközben egy őszi szünet is volt. A téli szünet megkezdéséig – durva számításaink szerint – a 80. tanítási napig sem jutunk el. Így eddig – vagyis a téli szünet megkezdéséig – biztosan megtehetik, hogy minden nap másféle sorrendben lépnek be a tanterembe. Mivel 120 különböző sorrendet kaptunk, így a 121. tanítási napon fog előfordulni, hogy kénytelenek olyan sorrendben belépni a terembe, amilyen korábban már előfordult.

2. PÉLDA



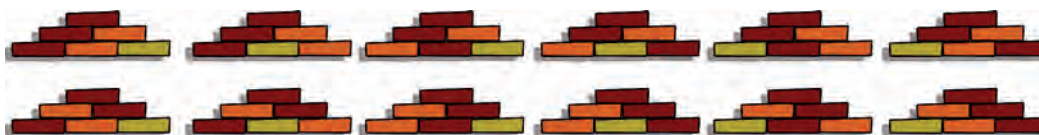
Különböző színű téglákból egy kis piramist építettünk. A téglák sorrendjét csak soronként szabad megváltoztatni. Hányféle piramis építhető összesen?

Megoldás

A felső téglá csakis piros lehet. A pirosat és a barnát kétféleképpen tehetjük alá.



Az alsó sorban látható három téglát hatféleképpen tudjuk sorba rendezni. Ezt a hat sorrendet mindkét megkezdett változat alá elhelyezhetjük.



Vagyis az összes eset száma $1 \cdot 2 \cdot 6$, azaz 12-féle piramis építhető.

3. PÉLDA

A 100 méteres síkfutás döntőjében nyolc versenyző állt rajthoz. Hányféleképpen lehet elképzelni az érmek kiosztását?

Megoldás

A rendelkezésünkre álló információk alapján minden versenyzőt egyformán esélyesnek kell gondolnunk, ezért az első helyre nyolcan futhat-

nak be. Ha rögzítjük az egyik versenyzőt győztesként, akkor a második helyre hét jelöltünk lehet. Ez összesen $8 \cdot 7$, azaz 56 sorrendet jelent. Ha rögzítjük az első és a második helyezettet is, akkor a harmadik helyre hat jelöltünk marad. Ez összesen $56 \cdot 6$, azaz 336 sorrendet jelent. Tehát az érmek kiosztását 336-féleképpen lehet elképzelni.

FELADATOK

1. Készíts háromjegyű számokat a képen látható számkártyák mindegyikének felhasználásával! Sorold fel az összes esetet! Hány esetben kapsz négyzetszámot? (Négyzetszámot kapsz, ha egy egész számot megszorozol önmagával.)



2. Hányféle sorrendben rakhatod egymás mellé a következő szavak betűit? A megoldások között értelmes szavak is lesznek. Írd le ezeket!
a) RÉT; b) ADNI; c) TAPOS.

3. Lázár Ervin *A Négyszögletű Kerek Erdő* című mesekönyvében olvashatsz arról, hogy az erdő lakói költői versenyt rendeztek. Szerették volna eldönteni, hogy ki a legnagyobb költő közöttük. Nagyon sok vers született.

Bruckner Szigfrid ezt írta:

*Ej, mi a kő! tyúkanyó, kend
a szobában lakik itt bent?*

Miután a többiek elmagyarázták neki, hogy ez nem az ő verse, a következő változattal állt elő:

*Ej, kend, tyúkanyó, mi a kő,
itt bent lakik a szobában?*

Hányféle változatot írhatott volna ilyen módon Bruckner Szigfrid, ha csak soronként keverte össze a szavakat, és a *kő* és a *szobában* szavak előtt az *a* névelőt mindig megtartotta?

4. A 246 813 579 egy olyan kilencjegyű szám, amelyikben az összes pozitív számjegy szerepel. Hány ilyen kilencjegyű szám készíthető, ha először a páros, aztán a páratlan számjegyeket kell felhasználnod?

5. Az iskolai verseny döntőjébe a tíz legjobb sakkozó került. Hányféleképpen alakulhat az arany-, ezüst-, bronzérem kiosztása?

6. Hány különböző ötjegyű számot tudsz előállítani a 0, 1, 2, 3, 4 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával?

Egy gyümölcskosárban alma, körte, szilva, barack és szőlő található, mindegyikből egy-egy darab. Hányféleképpen választható ki közülük kettő?

Ilyen és ehhez hasonló kérdésekkel fogunk foglalkozni ebben a leckében.

Most nem fontos a sorrend, csak a kiválasztás. Ha valaki almát és barackot választott, az ugyanaz, mint ha barackot és almát választott volna.

A gyümölcsök kis száma miatt könnyen végiggondolhatók az esetek.



Az alma mellé bármelyik másik gyümölcsöt választhatjuk. Ez négy eset.

A körte mellé már csak a következő gyümölcsöket választhatjuk, hiszen az alma–körte párt már felsoroltuk: szilva, barack, szőlő. Ez három eset.

A szilva mellé már csak a következő gyümölcsöket választhatjuk: barack, szőlő. Ez két eset.

Végezetül a barack mellé már csak a szőlőt választhatjuk. Ez még egy eset.

Vagyis tízféle kiválasztás lehetséges.

1. PÉLDA

A 32 fős osztályban minden héten két hetest választanak. A neveket egyforma cédulákra írják, és bedobják egy dobozba. Ezután kivesznek két cédulát, így kapják a két hetes nevét. Hányféle kimenetele lehet összesen ennek a sorsolásnak?

Megoldás

Ha megkülönböztetnénk a sorrendet is, akkor elsőre 32 név közül sorsolhatnak ki valakit, a második helyre pedig a maradék 31 név

bármelyike kerülhetne. Ez összesen $32 \cdot 31$, azaz 992 lehetőség. Ebben az esetben azonban azt is beszámítottuk az összeszámlálásba, ha Gazsit választják először, aztán Matyit, és azt is, ha Matyit választják elsőnek, aztán Gazsit, azaz minden lehetőséget kétszer számoltunk. Ezért a 992-t meg kell feleznünk, hogy megkapjuk a helyes megoldást.

Tehát a sorsolásnak $992 : 2 = 496$ kimenetele lehet.

2. PÉLDA

Hány olyan hétjegyű szám van, amelynek számjegyei növekvő sorrendben követik egymást?

Megoldás

Ezen feltételek mellett csak a kilenc pozitív számjegyre gondolhatunk:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ha ezek közül kihúzzunk kettőt, akkor máris megmarad egy a feltételeknek eleget tevő szám.

Vagyis annyi hétjegyű szám készíthető, ahányféleképpen a fent látható kilenc számjegyből kihúzzuk kettőt:

123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789,
 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789,
 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789,
 123456789, 123456789, 123456789, 123456789, 123456789,
 123456789, 123456789, 123456789, 123456789,
 123456789, 123456789, 123456789,
 123456789, 123456789,
 123456789.

A darabszámok soronként: $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$. Vagyis 36 ilyen hétjegyű szám van.

Megjegyzés

Természetesen gondolkodhatunk a következő módon is:

A kilenc számjegyből tetszőleges kettőt kihúzzuk. Elsőre kilenc, másodikra nyolc számjegy lehet a kihúzott. Ez összesen 72 lehetőség, de ekkor minden kihúzásra kétszer gondoltunk. Ezért kell a 72-nek a felét venni.

A megoldásban látott módszert azért mutattuk, mert így az is megfigyelhető, hogy hogyan lehet hiánytalanul felsorolni az összes lehetőséget.

FELADATOK

1. Hány olyan nyolcjegyű szám van, amelynek számjegyei csökkenő sorrendben követik egymást?

2. Egy nyolcszemélyes társaságban mindenki mindenkivel kezét fogott. Hány kézfogás történt összesen?

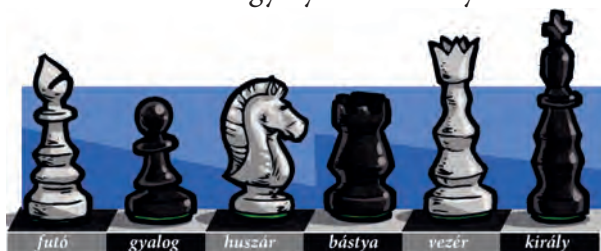
3. Hét pont úgy helyezkedik el a síkon, hogy semelyik három nem illeszkedik egy egyenesre. Hány darab szakaszt kell rajzolni, ha minden lehetséges módon összekötöd őket?

4. Egy 15 fős csoportban 13 mozijegyet kell kiosztani. Egynél több jegyet senki nem kaphat. Hányféle kiosztás lehetséges?

5. Az iskolai pályázatra öt pályamű érkezett. A három legjobbat díjazták. A díjakat nem különböztetik meg egymástól. Hányféleképpen történhet a díjazás?

6. Egy társasjátékhoz hat darab különböző színű bábú tartozik: piros, zöld, fehér, sárga, lila és fekete. Hármán szeretnének játszani, ezért három bábút kell kiválasztani. Hányféleképpen lehet ezt megtenni? Sorold fel az eseteket!

7. Egy sakkeladványt öt bábuval lehet kirakni a sakktáblára: három világossal és két sötétel. Tudjuk, hogy a világos és a sötét királynak is a táblán kell lennie, továbbá nem lehet két azonos világos bábú a táblán. Hányféle kiválasztása lehet a bábuknak egy ilyen feladvány esetén?



4. IGAZOLD! CÁFOLD!

I.

Figyeld meg a *Ha ... , akkor ...* felépítésű állítások megfordítását:

Ha **esik az eső**, akkor **esernyőt viszek magammal**.

Ha **esernyőt viszek magammal**, akkor **esik az eső**.

A fenti két mondatról azt mondjuk, hogy az egyik a másik megfordítása. A két mondat nagyon hasonlóan hangzik, hiszen ugyanazokból a szavakból áll, de jelentésük mégis eltérő. Ezért az igazságtartalmukat is meg kell vizsgálnunk.



1. PÉLDA

Fogalmazzuk meg a következő állítások megfordítását! Döntsük el, hogy melyik állítás igaz, melyik nem! Az igaz állításokat igazoljuk, a hamisakat cáfoljuk!

a) Ha egy négyszög minden szöge egyenlő, akkor az négyzet.

b) Ha egy egész szám 3-ra végződik, akkor osztható 13-mal.

Megoldás

a) Az eredeti állítás: Ha egy négyszög **minden szöge egyenlő**, akkor az **négyzet**.

A megfordítása: Ha egy négyszög **négyzet**, akkor **minden szöge egyenlő**.

Az eredeti állítás hamis. Cáfolatként gondoljunk a téglalapra. Olyan négyszög, amelynek minden szöge egyenlő, és mégsem négyzet.

Az állítás megfordítása igaz. Igazolásként gondoljunk arra, hogy az olyan téglalapokat nevezzük négyzetnek, amelyeknek minden oldala egyenlő hosszúságú. Mivel a téglalapok minden szöge derékszög, ezért a négyzeteké is.

b) Az eredeti állítás: Ha egy egész szám **3-ra végződik**, akkor **osztható 13-mal**.

A megfordítása: Ha egy egész szám **osztható 13-mal**, akkor **3-ra végződik**.

Az eredeti állítás hamis. Cáfolatként vegyük a 23-at. A végződése 3, de nem osztható 13-mal.

Az állítás megfordítása is hamis. A 26 osztható 13-mal, de nem végződik 3-ra.

2. PÉLDA

Alakítsuk át a következő mondatokat olyan formájúvá, hogy beszélhessünk a megfordításukról! Fogalmazzuk meg a megfordításukat is!

a) A lónak négy lába van.

b) Az arany fénylik.

c) A rombusz tengelyesen tükrös négyszög.

d) Minden pozitív egész szám reciproka pozitív tört szám.

Megoldás

- a) Ha egy állat **ló**, akkor **négylábú**.
A megfordítása: Ha egy állat **négylábú**, akkor **ló**.
- b) Ha valami **arany**, akkor **fénylik**.
A megfordítása: Ha valami **fénylik**, akkor az **arany**.
- c) Ha egy négyszög **rombusz**, akkor **tengelyesen tükrös**.
A megfordítása: Ha egy négyszög **tengelyesen tükrös**, akkor **rombusz**.
- d) Ha egy szám **pozitív egész szám**, akkor a reciproka **pozitív tört szám**.
A megfordítása: Ha egy szám **pozitív tört szám**, akkor a reciproka **pozitív egész szám**.



Beszélgetés során előfordulhat, hogy egy állítással nem értesz egyet. Ilyenkor az eredeti állítás tagadását kell megfogalmaznod:

- (1) Ez fehér ing.
(2) Ez nem fehér ing.

Az első mondat tagadásakor nagyon sokan egy ingre gondolnak, ami nem fehér. Pedig ezt a mondatot nem csak egy zöld ingre mondhatjuk, hanem például egy piros kabátra vagy egy barna dobozra is.

Ha egy állítás tagadását hallod, akkor gondold ezekre!

**3. PÉLDA**

- a) Gondoltam egy számot, ami nem negatív. Milyen számra gondolhattam?
- b) Hogyan lehetne befejezni a következő mondatot: *A kezemben tartott dolgozat nem jó, hanem ... ?*
- Megoldás**
- a) Előjelét tekintve háromféle számra gondolhatunk: negatív, nulla, pozitív. A feladatban a negatív tagadásáról van szó, vagyis gondolhattunk pozitív számra, de a nulla is. (Ezeket a számokat együttesen nemnegatív számoknak nevezzük.)
- b) Nem lehet egyértelműen meghatározni, hogy kinek mit jelent a jó. Tudjuk, hogy ötféle érdemjegy lehetséges: elégtelen, elégséges, közepes, jó, jeles. Ha ilyen értelemben gondolunk a jó tagadására, akkor a mondat lehetséges befejezései: elégtelen, elégséges, közepes, jeles. Természetesen formailag nem csak az érdemjegyekre gondolhatnánk. Ezért például ilyen mondatokat is hallhatunk: *a kezemben tartott dolgozat nem jó, hanem csapnivaló!* vagy [...] *nem jó, hanem szuper!*

4. IGAZOLD! CÁFOLD!

I.

Az ilyen típusú szófordulatokat a reklámok is használják. Egy nagy cég óriási plakátokon arra kér: Ne a jót válaszd! Válaszd a nagyszerűt! A „jó” tagadásához, vagyis a „nem jó” kifejezéshez nem a „rossz” jelentést társítják, hanem a „nagyszerű”-t!

A matematikában egy állítás vagy igaz, vagy nem igaz (hamis).

Az igaz állítások tagadása hamis, a hamis állítások tagadása pedig igaz.

Egy állítás és a tagadása közül az egyik – és csakis az egyik – igaz, a másik hamis!

FELADATOK

1.  Döntsd el a tankönyv 2. példájában szereplő mondatokról és megfordításairól, hogy igazak vagy hamisak! A hamis állításokat cáfold!

2.  Fogalmazd meg a következő állítások megfordítását! Döntsd el, hogy melyik állítás igaz, melyik hamis! Az igaz állításokat igazold, a hamisakat cáfold!

- a) Ha egy négyszög minden oldala egyenlő, akkor az négyzet.
- b) Ha egy egész szám 5-re végződik, akkor osztható 5-tel.
- c) Ha egy állatnak hat lába van, akkor az rovar.
- d) Ha egy négyszögnek van szimmetriatengelye, akkor az deltoid.

3.  Tudunk mondani olyan igaz állításokat, amelyeknek a megfordítása is igaz. Például:

Ha egy pozitív egész szám osztható 5-tel, akkor az utolsó számjegye 0 vagy 5.

Ha egy pozitív egész szám utolsó számjegye 0 vagy 5, akkor osztható 5-tel.

Ilyenkor a két mondatot egy igaz állításként is megfogalmazhatjuk:

Egy pozitív egész szám akkor és csak akkor osztható 5-tel, ha utolsó jegye 0 vagy 5.

Fogalmazd meg a következő állítások megfordítását! Ha az eredeti állítás és a megfordítása is igaz, akkor fogalmazd meg őket egy igaz állításként!

- a) Ha egy négyszög deltoid, akkor a két-két szomszédos oldala egyenlő hosszúságú.

- b) Ha egy szám osztható 12-vel, akkor osztható 4-gyel.

- c) Ha egy háromszög két oldala egyenlő hosszúságú, akkor tengelyesen szimmetrikus.

- d) Ha egy szám osztható 15-tel, akkor osztható 3-mal és 5-tel.

4.  A *Minden négyzet téglalap* állítás tagadása: *Nem igaz, hogy minden négyzet téglalap.*

Ezt a mondatot így is mondhatjuk:

Van olyan négyzet, amelyik nem téglalap.

Az eredeti állítás igaz, a tagadása hamis!

A fentiek alapján fogalmazd meg a következő állítások tagadását! Döntsd el, hogy melyik igaz, melyik hamis!

- a) Minden paralelogramma rombusz.

- b) Minden bogár rovar.

- c) Minden kocka téglalest.

5.  A *Nincs olyan háromszög, amelyben két tompaszög van* állítás tagadása: *Nem igaz, hogy nincs olyan háromszög, amelyben két tompaszög van.*

Ezt a mondatot így is mondhatjuk:

Van olyan háromszög, amelyben két tompaszög van.

Az eredeti állítás igaz, a tagadása hamis!

A fentiek alapján fogalmazd meg a következő állítások tagadását! Döntsd, hogy melyik igaz, melyik hamis!

- a) Nincs olyan háromszög, amelyben két derékszög van.

- b) Nincs olyan állat, amelyiknek nyolc lába van.

- c) Nincs olyan test, amelyiknek hat lapja van.

JÁTÉK

Páros játékok

1. Felváltva kell egyre nagyobb pozitív egész számokat mondanotok úgy, hogy az előzőt legfeljebb 3-mal növelhetitek, és a 21-et nem léphetitek túl. A kiinduló szám a nulla. Az a játékos nyer, aki kimondatja a másikkal a 21-et.

Például Dóri és Zsombi felváltva ezeket a számokat mondta:

1 2 3 4 7 10 11 14 16 19 20 21

Vagyis most Dóri nyert.

Játsszátok el többször a játékot, és közben készítsétek el saját stratégiáitokat! Hogyan kell játszani, ha nyerni szeretnél?

2. Rakjatok ki egymás mellé néhány (például 6-8 darab) kupakot, némelyik a többihez képest legyen fordítva!



A kezdő játékosnak meg kell fordítania egy olyan kupakot, amelynek nem látszik a teteje, majd minden töle jobbra lévő kupakkal is ugyanezt kell tennie. Most például balról a harmadik, az ötödik és a hatodik kupaknak nem látszik a teteje, tehát elsőként ezek közül kell valamelyiket megfordítania, majd pedig az ettől jobbra lévőket is.

Ha például a kezdő játékos balról a harmadik kupak megfordítása mellett dönt, akkor ilyen kupaksort kap:



Ekkor a második játékosnak is ez a feladata.

Az a játékos nyer, aki eléri, hogy mindegyik kupaknak látszódjon a teteje.

Játsszátok el többször a játékot! Érdekes úgy játszani, hogy az egyik játékos kirakja a kupakokat, a másik pedig dönthet, hogy szeretne-e kezdeni. A játék során szerezz olyan tapasztalatokat, hogy amikor dönthetsz a kezdésről, akkor mindig te nyerj!