Matematika 11.

Heuréka,

NT-17302

Tanmenetjavaslat

„Rugalmas”



# Bevezetés

A *Dr. Gerőcs László – Számadó László: Matematika 11.* tankönyv a Heuréka-sorozat harmadik tagja. Ebben a segédanyagban ehhez a könyvhöz a tizenegyedikes tananyag egy lehetséges feldolgozását fogalmaztuk meg.

Ez a tanmenetjavaslat csak a középszintű érettségihez tartalmazza a tananyagot. Folyamatosan szem előtt tartottuk, hogy a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit középszinten is meg kell követelnünk. Ez elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti. A tankönyvben találunk érdekességeket, jelöltük a nehezebb kérdéseket, de csak ez a könyv az emelt szintű vizsgára nem elegendő.

A könyv szerzői továbbra is a következő általános fejlesztési követelményeket tartják fontosnak: az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása, a matematikai szemlélet fejlesztése, gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban, az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása, a helyes tanulási szokások fejlesztése.

 A tanmenet tervezésénél heti 3 matematikaórával számoltunk, ezért 108 órára lebontva látható a tananyag feldolgozása. A tanórák sorszáma mellett az óra témája látható. Nagyon sok helyen megadtuk a célokat, a fejlesztési területet is. Az utolsó oszlopban az órához kapcsolódó ismeretanyagot, a legfontosabb fogalmakat, tételeket adtuk meg. Magasabb óraszám esetén a felhasználó döntése, hogy a gyakoroltatást és az emelt (illetve kiegészítő) anyagokat milyen arányban építi be az éves tervbe. A gyakorlásra fordított órák számát lényegesen magasabbra terveztük itt, mint a normál változatban. Fontos, hogy ezt az anyagot javaslatnak tekintsük, és megtörténjen a tanítandó csoporthoz igazítása. A célok, a fejlesztési területeket is a felhasználónak kell továbbgondolnia, kiegészítenie az adott osztályhoz, csoporthoz.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Témák** | **Új tananyag feldolgozása** | **Képességfejlesztés, összefoglalás,****gyakorlás, ellenőrzés** | **Teljes** **óraszám****108 óra** |
| Kombinatorika és gráfok | **3** | **9** | **12** |
| Hatványozás, logaritmus | **9** | **18** | **27** |
| Trigonometria | **4** | **12** | **16** |
| Koordinátageometria | **13** | **20** | **33** |
| Valószínűség-számítás | **4** | **5** | **9** |
| Év végi összefoglalás | **0** | **11** | **11** |
| Összesen | **33** | **75** | **108** |

| Témák órákra bontása | Az óra témája (tankönyvi lecke) vagy funkciója | Célok, feladatok | Fejlesztési terület | Ismeretanyag |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. Kombinatorika és gráfok
 |
| **1.** | Permutációk, variációk, kombinációk | Az összeszámlálási feladatokban a permutáció, variáció, kombináció felismerése, az esetek számának meghatározása. | Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell.  | faktoriális, permutáció, ismétléses permutáció, variáció, ismétléses variáció, kombináció |
| **2.** | Gyakorlás | A különböző kombinatorikai feladatok megkülönböztetése, a tanultak alkalmazása. A kombinatorika alkalmazása egyszerű helyzetekben. | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. | vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok  |
| **3.** | Gyakorlás | A különböző kombinatorikai feladatok megkülönböztetése, a tanultak alkalmazása. A kombinatorika alkalmazása egyszerű helyzetekben. | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. | vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok.  |
| **4.** | Gyakorlás | A különböző kombinatorikai feladatok megkülönböztetése, a tanultak alkalmazása. A kombinatorika alkalmazása egyszerű helyzetekben. | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. | vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok |
| **5.** | Binomiális tétel | A binomiális tétel alkalmazása egyszerű esetekben. | Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában. | binomiális együtthatók, Pascal-féle háromszög |
| **6.** | Gráfok | Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazása. | Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése. | vonal, út, kör, Euler-vonal, fagráf, élek száma |
| **7.** | Gyakorlás | A tanultak alkalmazása. | Modell alkotása valós problémához. | az eddig tanultak |
| **8.** | Gyakorlás | A tanultak alkalmazása. | Modell alkotása valós problémához. | az eddig tanultak |
| **9.** | Gyakorlás | A tanultak alkalmazása. | Modell alkotása valós problémához. | az eddig tanultak |
| **10.** | A témazáró dolgozat előkészítése | A tanult ismeretek rendszerezése, hiányosságok pótlása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | a Kombinatorika és gráfok témakörben elsajátított ismeretek |
| **11.** | Témazáró dolgozat | Ismeretek számonkérése, tudásszint vizsgálata. | Dolgozat megírása. | a Kombinatorika és gráfok témakörben elsajátított ismeretek |
| **12.** | A témazáró dolgozat megbeszélése, értékelése | A hiányosságok, hibák felismerésének elsajátítása. | A hiányok pótlásának igénye. | a fejezetben tanultak |
| 1. Hatványozás, logaritmus
 |
| **13.** | Gyakorlás: mit tudunk a hatványozásról?  | Az eddig tanultak felelevenítése.  | A tanult ismeretek alkalmazása. | hatványozás azonosságai |
| **14.** | Gyakorlás: mit tudunk a gyökvonásról? | Az eddig tanultak felelevenítése. | A tanult ismeretek alkalmazása. | gyökvonás azonosságai |
| **15.** | Törtkitevőjű hatványok értelmezése | A törtkitevő bevezetése. | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása. | permanenciaelv |
| **16.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **17.** | Az exponenciális függvény | Az exponenciális függvény megismerése, tulajdonságai. | Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása. | szigorúan monoton növekvő és csökkenő exponenciális függvények |
| **18.** | Exponenciális egyenletek | A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. | Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása. Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák. | az eddig tanultak |
| **19.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **20.** | Exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek | A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. | Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletrendszerre, egyenlőtlenségre vezető valós problémák. | az eddig tanultak |
| **21.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **22.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **23.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **24.** | A logaritmus fogalma | A logaritmus definíciójának megértése. | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. | logaritmus |
| **25.** | A logaritmusfüggvény | A logaritmusfüggvény megismerése. | Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása. | a logaritmusfüggvény és az exponenciális függvény kapcsolata |
| **26.** | A logaritmus azonosságai | A logaritmus azonosságainak megismerése, alkalmazása. | Korábbi ismeretek felidézése. A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése. | szorzat, tört, hatvány logaritmusa |
| **27.** | Logaritmikus egyenletek, egyenletrendszerek (emelt szint) | A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmikus egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. | Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek; ilyenre vezető valós problémák. | azonosságok és alkalmazásaik |
| **28.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **29.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **30.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **31.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **32.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **33.** | A zsebszámológép használata (olvasmány) | A számológép célszerű, tudatos használata. | Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás. | kerekítés |
| **34.** | Gyakorlás: további feladatok logaritmussal | A tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **35.** | Gyakorlás: a logaritmus gyakorlati alkalmazásai | A tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **36.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **37.** | A témazáró dolgozat előkészítése | A tanult ismeretek rendszerezése, hiányosságok pótlása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | a Hatványozás, logaritmus témakörben elsajátított ismeretek |
| **38.** | Témazáró dolgozat | Ismeretek számonkérése, tudásszint vizsgálata. | Dolgozat megírása. | a Hatványozás, logaritmus témakörben elsajátított ismeretek |
| **39.** | A témazáró dolgozat megbeszélése, értékelése | A hiányosságok, hibák felismerésének elsajátítása. | A hiányok pótlásának igénye. | a fejezetben tanultak |
| 1. Trigonometria
 |
| **40.** | Gyakorlás: a vektorokról tanultak összefoglalása  | Az eddig tanultak felelevenítése. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **41.** | Két vektor skaláris szorzata | Az új művelet megismerése, alkalmazása egyszerű esetekben. | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. A művelet újszerűségének felfedezése. | skaláris szorzat, a skaláris szorzás tulajdonságai, vektor négyzete |
| **42.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **43.** | Gyakorlás: számítások háromszögben  | Az eddig tanultak alkalmazása | A számolási készség fejlesztése, számológép használata.  | az eddig tanultak |
| **44.** | Szinusztétel | Az összefüggés felfedezése, alkalmazása. | Az általános eset és a különleges eset viszonya. | szinusztétel |
| **45.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **46.** | Koszinusztétel | Az összefüggés felfedezése, alkalmazása. | Az általános eset és a különleges eset viszonya. | koszinusztétel |
| **47.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **48.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **49.** | Gyakorlás: számítások terepen | A tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | szinusztétel, koszinusztétel |
| **50.** | Trigonometrikus egyenletek | Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák megoldása. | A matematika és a valós élet kapcsolata. | az eddig tanultak |
| **51.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **52.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **53.** | A témazáró dolgozat előkészítése | A tanult ismeretek rendszerezése, hiányosságok pótlása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | a Trigonometria témakörben elsajátított ismeretek |
| **54.** | Témazáró dolgozat | Ismeretek számonkérése, tudásszint vizsgálata. | Dolgozat megírása. | a Trigonometria témakörben elsajátított ismeretek |
| **55.** | A témazáró dolgozat megbeszélése, értékelése | A hiányosságok, hibák felismerésének elsajátítása. | A hiányok pótlásának igénye. | a fejezetben tanultak |
| 1. Koordinátageometria
 |
| **56.** | Vektorok a koordináta-rendszerben, műveletek vektorokkal | A vektorok és a rendezett számpárok közötti megfeleltetés. | Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások. | helyvektor |
| **57.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **58.** | Szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái, a háromszög súlypontjának koordinátái, a szakasz tetszőleges osztópontjának koordinátái | Szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának meghatározása, a háromszög súlypontjának koordinátái, a speciálisból az általánosítás irányába lépés lehetőségei. | A geometriai szemléletformálás egy új nézőpontból.Képletek értelmezése, alkalmazása.  | felezőpont, harmadolópont koordinátái, a súlypont koordinátái |
| **59.** |  Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **60.** |  Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **61.** |  Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **62.** | Két pont távolsága | Két pont távolságának meghatározása, a szakasz hosszának kiszámítása. | Képletek értelmezése, alkalmazása. | távolságképlet |
| **63.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **64.** | Vektorok skaláris szorzata | A tanultak átültetése koordinátákra. A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal. | Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban. | az eddig tanultak |
| **65.** | Gyakorlás: alkalmazások | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **66.** | Alakzat és egyenlete | Az alakzat egyenlete fogalom megértése. | Tudományterületek összekapcsolása. | alakzat egyenlete |
| **67.** | Egyenes egyenlete irányvektorral, normálvektorral | Egyenes egyenletének felírása irányvektorral, normálvektorral. | Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata. | irányvektoros egyenlet, normálvektoros egyenlet |
| **68.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **69.** | Két egyenes metszéspontja | Az egyenes egyenleteinek kezelése, a metszéspont meghatározása. | Geometria és számolás. | az eddig tanultak |
| **70.** | Pont és egyenes távolsága | A pont és egyenes távolságának meghatározása. | Képletek értelmezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **71.** | Az egyenes egyenlete meredekséggel | Egyenes egyenletének felírása meredekséggel. | Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata. | meredekség, egyenes egyenlete |
| **72.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **73.** | Számonkérés | Ismeretek számonkérése, tudásszint vizsgálata. | Dolgozat megírása. | az eddig tanultak |
| **74.** | A kör egyenlete | A kör egyenletének megismerése. | Alakzat és egyenletének összekapcsolása. | a kör egyenlete |
| **75.** | A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet | Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.  | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **76.** | Kör és egyenes kölcsönös helyzete, két kör kölcsönös helyzete | Algebrai ismeretek alkalmazása a geometriai problémákra. | A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása. | az eddig tanultak |
| **77.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **78.** | A kör érintőjének egyenlete | Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása). | A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása. | az eddig tanultak |
| **79.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | Számolási készség fejlesztése, a számológép használata.  | az eddig tanultak |
| **80.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | Számolási készség fejlesztése, a számológép használata.  | az eddig tanultak |
| **81.** | Számonkérés | Ismeretek számonkérése, tudásszint vizsgálata. | Dolgozat megírása. | az eddig tanultak |
| **82.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **83.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **84.** | Vegyes feladatok, érdekességek | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **85.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **86.** | A témazáró dolgozat előkészítése | A tanult ismeretek rendszerezése, hiányosságok pótlása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | a Koordinátageometria témakörben elsajátított ismeretek |
| **87.** | Témazáró dolgozat | Ismeretek számonkérése, tudásszint vizsgálata. | Dolgozat megírása. | a Koordinátageometria témakörben elsajátított ismeretek |
| **88.** | A témazáró dolgozat megbeszélése, értékelése | A hiányosságok, hibák felismerésének elsajátítása. | A hiányok pótlásának igénye. | a fejezetben tanultak |
| 1. Valószínűség-számítás
 |
| **89.** | Események, események valószínűsége | Eseményekkel végzett műveletek. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása. | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. A műveletek újszerűségének felfedezése. A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata. | lehetetlen és biztos esemény, események összege, szorzata, egymást kizáró események, események különbsége, teljes eseményrendszer, összetett esemény, relatív gyakoriság, események valószínűsége, események valószínűségének tulajdonságai |
| **90.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **91.** | Klasszikus valószínűségi mező | A valószínűség klasszikus modelljének megismerése. | A modell és a valóság kapcsolata. | összes eset, kedvező eset |
| **92.** | Gyakorlás | A tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **93.** | Gyakorlás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **94.** | Binomiális eloszlás | Ismerkedés a binomiális eloszlással. | A matematika alkalmazása az élet különböző területein. | véletlen mennyiség eloszlása, binomiális eloszlás |
| **95.** | Gyakorló feladatok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanult ismeretek alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **96.** | Geometriai valószínűség | Ismerkedés a geometriai valószínűséggel. | A matematika alkalmazása az élet különböző területein. | geometriai valószínűség |
| **97.** | Számonkérés | Ismeretek számonkérése, tudásszint vizsgálata. | Dolgozat megírása. | a Valószínűség-számítás témakörben elsajátított ismeretek |
| 1. Év végi összefoglalás
 |
| **98.** | Kombinatorika, gráfok | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **99.** | Hatványozás, logaritmus | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **100.** | Hatványozás, logaritmus | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **101.** | Trigonometria | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **102.** | Trigonometria | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **103.** | Trigonometria | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **104.** | Koordinátageometria | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **105.** | Koordinátageometria | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **106.** | Valószínűség-számítás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **107.** | Valószínűség-számítás | Az eddig tanultak alkalmazása. | A tanultak rendszerezése, alkalmazása. | az eddig tanultak |
| **108.** | Az éves munka értékelése | A tapasztalatok összesítése. | Önismeret, fejlődési lehetőségek keresése. | az eddig tanultak |