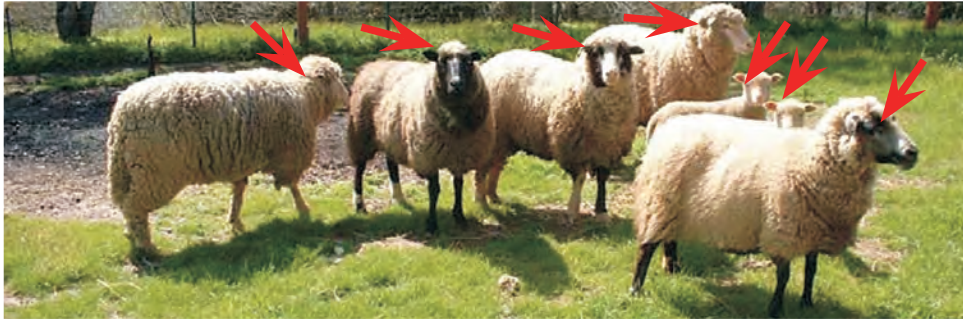


1. A természetes számok

A természetes számok kialakulása



1.

Az emberiség ősidők óta számlál. A legelső számolásokra vonatkozó írásos emlékek kb. 5000 évvel ezelőttről, Mezopotámiából származnak.

„Kezdetleges fokon úgy számláltak, hogy más-más ujjal mutattak rá a megszámlálni való tárgyra. A tizedik ujj után ezt előlről kellett kezdeni, de persze azt is jelezni kellett valahogy, hogy az új egyes előtt már egyszer végigfutottunk az ujjakon; az ezután ismétlődő egyes előtt jelezni kellett, hogy előtte már kétszer futottunk végig az ujjakon stb. Így alakult ki a tízes számrendszer: tíz megszámlált egyest egyetlen tízessé foglaltak össze, tíz tízest egy százassá, ...” (Péter Rózsa: *A számok világa*, Budapest, 1948)

A megszámlált mennyiségeket le is akarták jegyezni.

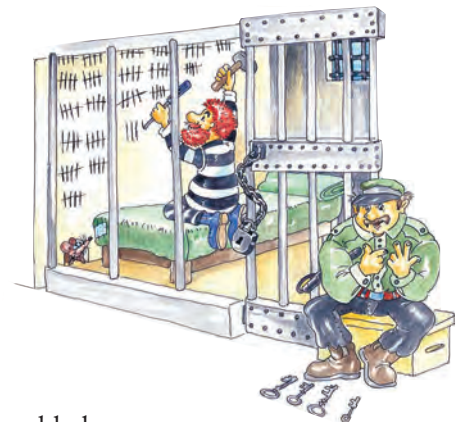
Először például úgy, hogy annyi vonást írtak, ahányat számláltak. A vonalkákat pedig úgy rendezték el, úgy csoportosították, hogy könnyebben át lehessen látni.

|||| |||| |||| || ...

Később a számok írására különböző módszereket és jeleket találtak ki. A számírás története során nagyon sokféle rendszer alakult ki. Még napjainkban is többféle számírás, illetve számolási rendszer létezik.

A mi számainkat arab számoknak nevezzük.

Ezek azonban korántsem azonosak az arab népek által használt számokkal.



Nyomozz!

Nézz utána (könyvtárban, interneten), hogy milyen számírásokat használnak manapság a Föld egyes országaiban! Nézz utána, hogy az arab népek milyen számokkal írnak!

A természetes számok helyiértékes írása

1. Melyik az a szám, amelyben 5 százas, 3 tízes és 8 egyes van?

2. Hány egyesből, tízesből, százasból áll a 356?

Mi helyiértékes számírást használunk. Ezek a jeleink: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; **számjegyek**. A jelek értéke az **alaki érték**.

Attól válik mássá az értékük, hogy más-más helyiértéken szerepelhetnek: az 5 alaki értékű szám a százasként helyén valójában 500-at jelent; 500 a **valódi érték**. Az ilyen felírást helyiérték-táblázatban is megadhatjuk.

1. A természetes számok

...	tízezresek	ezresek	százaskok	tízesek	egyesek
			5		

A szám végén az üres helyeket 0-val pótoljuk. Az egyesek, tízesek, százaskok stb. a számok **helye**, ezek **helyértéke** 1, 10, 100 stb. Ezt a számírást tízes számrendszernek nevezzük.

1.

17 645 276
17.645.276

A 4-nél többjegyű számokat írásban 3-as csoportokra szokás tagolni. Ez a tagolás nem kötelező ugyan, de jelentősen megkönnyíti a számok kiolvasását. A 3-as számcsoporthat Magyarországon szóköz vagy pont választja el egymástól, néhány más országban azonban (például Angliában) erre a célra vesszőt használnak.

Mekkora a legnagyobb szám, amelynek ismered a nevét, amelyet még ki tudsz mondani?

A helyértékek nevei:

1	egy
10	tíz
100	száz
1000	ezer
10 000	tízezer
100 000	százezer
1 000 000	(egy)millió
10 000 000	tízmillió
100 000 000	százmillió
1 000 000 000	ezermillió vagy milliárd

1. Sorold fel, milyen helyértékeket ismersz!
2. Sorold fel, milyen számjegyeket ismersz!
3. Mi az alaki értéke az 5-nek a 3456 számban?

Feladatok

- 😊 **1** Készíts helyérték-táblázatot, és írd be a következő számokat:
2956; 374; 19 542; 4 050 002; 7642; 15 003; 150 003; 1503.
- 😊 **2** Írd le a következő számokat, majd állítsd őket nagyság szerint növekvő sorrendbe!
5 ezres + 7 tízes; 7 tízezres + 5 ezres + 8 százask; 5 egyes + 7 százask; 5 ezres + 7 százask;
5 ezres + 70 tízes; 4 millió + 9 tízezres + 5 egyes.
- 😊 **3** Nevezd meg a következő számokban használt helyértékeket! Sorold fel növekvő sorrendben a bennük szereplő különböző alaki értékeket! Állítsd nagyság szerint növekvő sorrendbe a számokat!
4 967 615; 5 765 765; 4 764 764; 5 967 615.
- 😊 **4** Válogasd szét az alábbiakat aszerint, hogy helyértéket, alaki értéket vagy valódi értéket jelölnek! Figyelj, mert egy-egy szám többféle is lehet!
 $a = 120$; $b = 200$; $c = 5$; $d = 1$; $e = 195$; $f = 100$; $g = 8$.
- 😊 **5** Készíts helyérték-táblázatot, és be a következő számokat!
5007; 5070; 57 000; 50 700; 50 007; 4648; 2 687 516; 1 234 567.

😊 **6** 10 tojást tesznek egy dobozba, 10 doboz tojást tesznek egy kartonba.

a) Ha egy konyhán 278 tojást rendeltek, akkor milyen csomagolásban várhatják a szállítmányt?

b) Megrendelésekre a következő csomagokat állították össze:

3 karton + 4 doboz + 5 darab; 5 karton + 12 doboz + 3 darab; 7 karton + 2 doboz + 11 darab; 3 karton + 3 doboz + 3 darab.

Hány tojást szállítanak ki? Lehet-e ésszerűsíteni a csomagok összeállítását?



😊 **7** Vizsgáld meg az 5 417 246 számot!

a) Melyik a benne szereplő legnagyobb alaki értékű szám? Melyik helyiértéken szerepel? Mennyi a valódi értéke?

b) Melyik a legkisebb alaki értékű szám? Melyik helyiértéken szerepel és mennyi a valódi értéke?

c) A 6 melyik helyiértéken szerepel? Mennyi a valódi értéke?

d) A 4-esek melyik helyiértékeken szerepelnek? Mennyi a valódi értékük?

e) Milyen alaki értékű szám szerepel a legnagyobb helyiértéken?

f) Milyen valódi értékű szám szerepel a százak helyiértéken?

😬 **8** Írj föl olyan számokat, amelyekben csak az 1 és a 2 alaki értékű számok szerepelhetnek, és amelyekben

a) csak egyes helyiérték szerepel!

b) csak tízes, egyes helyiérték szerepel!

c) csak százak, tízes, egyes helyiérték szerepel!

d) csak ezres, százak, tízes, egyes helyiérték szerepel!

😊 **9** Keresztrejtvény – a feladatot a füzetedben oldd meg!

1	2	3	3 ↘
4			
5			
			6 ↙

Vízszintes:

1. Fősor: a számjegyek.

4. Egy kétjegyű szám és a 2-szerese.

5. $8 \cdot 8$ százak és $5 \cdot 5$ egyes.

Függőleges:

1. 0-tól 3-asával növekvő számok.

2. Az első számjegy 2-szerese a második, a másodiknak a harmadik, a harmadiknak a negyedik.

3. Két egymás utáni 2-jegyű szám.

1. A természetes számok

- 😊 **10** Készíts számokat a 3; 6; 9; 1; 4 számjegyekből! Mindegyiket csak egyszer használhatod fel.
- Melyik az így készíthető legnagyobb 4-jegyű szám?
 - Melyik az így készíthető legkisebb 5-jegyű?
 - Melyik az így készíthető legkisebb 3-jegyű?
 - Melyik az így készíthető legnagyobb 2-jegyű páros?
 - Melyik az így készíthető legkisebb 2-jegyű páros?
 - Melyik az így készíthető legkisebb szám?
 - Melyik az így készíthető legnagyobb szám?
- 😊 **11** Készíts számokat a 3; 6; 9; 1; 4 számjegyekből! Mindegyiket annyiszor használhatod, ahányszor csak akarsz.
- Melyik az így készíthető legnagyobb 4-jegyű szám?
 - Melyik az így készíthető legkisebb 5-jegyű?
 - Melyik az így készíthető legkisebb 3-jegyű?
 - Melyik az így készíthető legnagyobb 2-jegyű páros?
 - Melyik az így készíthető legkisebb 2-jegyű páros?
 - Melyik az így készíthető legnagyobb 18-jegyű páros?
 - Melyik az így készíthető legkisebb szám?
 - Melyik az így készíthető legnagyobb szám?
- 😊 **12** Hány olyan háromjegyű szám van, amelyben csak az alábbi számjegyek szerepelnek, de azok akár többször is:
- 2; 4; 6;
 - 0; 3; 9?

Számok írása, olvasása

Írd le a számokat 0-tól 20-ig betűkkel!

Nyomozz!

Kérdezd meg szüleidet, ismerőseidet, hogy legutóbb mikor és milyen alkalomból kellett betűkkel leírniuk egy számot!

Banki, postai átutalásokon, a pénzfelvételnél, szerződésalkötéskor a félreértések elkerülése érdekében a pénzüsszeget nemcsak számokkal, hanem betűkkel is kiírjuk. Fontos, hogy helyesen írjuk le a számok nevét.

Kétezerig egybeírjuk a számokat, a 2000-nél nagyobb számokat az egyesektől számítva hármas csoportokra tagoljuk ugyanúgy, mint a számmal történő íráskor. Az egységekben szereplő számokat egybeírjuk, az egységeket kötőjellel kötjük össze.

- 2 486 168, betűkkel leírva pedig az egységek közé kötőjelet teszünk, azaz kétmillió-négyszáznyolcvanhatezer-százhatvannyolc;
- 2005, azaz kétezer-öt; • 1995, azaz ezerkilencszázötvenöt.

Fogalmazd meg, hogyan írunk le számokat betűkkel!

Feladatok

😊 **1** Írd le betűkkel a következő számokat!

$a = 501$; $b = 5001$; $c = 50\,001$; $d = 50\,010$; $e = 50\,100$;
 $f = 51\,000$; $g = 5007$; $h = 5070$; $i = 57\,000$; $j = 50\,700$;
 $k = 50\,007$; $l = 4648$; $m = 2\,687\,516$; $n = 1\,234\,567$.

😊 **2** Írd le a következő számokat helyiértékes írásmód szerint!

Állítsd őket nagyság szerinti sorrendbe!
 hétmillió-négy száznegyvenhatezer-ötszáz tizenkettő;
 hétmillió-negyvenezer-nyolcvan;
 hétmillió-négy százezer-nyolc;
 hetvenmillió-négyezer-nyolcszáz.

😊 **3** Írd le számokkal és írd helyiérték-táblázatba!

négy millió-hatszázhuszonkétezer-negyvenhárom;
 négy millió-hatszázkétezer-négy százharom;
 négy millió-hatszázhuszezer-háromszáznégyszáz;
 ötszáz tizenhatezer-ötszáz tizenhat.

Számok és pénzek

Milyen címletű fémpénzeket ismersz? Milyen címletű papírpénzeket ismersz?

Mit gondolsz?

- Miért nem szerepel minden helyiértékű pénzből minden alaki értékű?
- Miért nem csak az 1-es alaki értékű pénzek szerepelnek minden helyiértékű pénzből?

Ha minden helyiértékű pénzből (1-es, 10-es, 100-as stb.) minden alaki értékűnek lennie kellene, akkor lenne

1-es, 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 7-es, 8-as, 9-es;
 10-es, 20-as, 30-as, 40-es, 50-es, 60-as, 70-es, 80-as, 90-es;
 100-as, 200-as stb.

Ez túl sok lenne. Nincs is rá szükség, sokba is kerülne ennyiféle pénzt megterveztetni, elkészíttetni.

Ha csak az 1-es alaki értékű pénzek szerepelnének minden helyiértékű pénzből: 1-es, 10-es, 100-as, 1000-es stb., akkor gyakran nagyon sok pénzdarabot kellene felhasználni.

276 forinthez például:

$100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$.

Nyomozz!

Járj utána, hogy 1 euró hány forintot ér! Számítsd ki, hogy hány forint 500; 200; 100; 50; 10; 5 euró; 50; 20; 10 eurócent!

1. A természetes számok

Tudod-e, ...

... hogy a forintnak és az eurónak milyen címletei léteznek?

1.



- Képzeld, napokig nem tudtam felváltatni egy 600 euróst.
- De hiszen olyan nincs is!
- Tényleg? Pedig végül kaptam érte egy 300-ast és két 150-est. ☺

Mit gondolsz, hány ilyen „bankjegyet” lehetett kapni egy holland 200 guldenesért?



(Eleg sokat, mert ez egy játékpénz!)

Római számok



Míg a helyiértékes számírásban az alaki értéket jelöljük, addig a régi római számírásban a helyiértékeket jelölték, mégpedig egy-egy betűvel (I: egyes, X: tízes, C: száz, M: ezres).

Ahogy a pénzeknél sem lett volna elegendő minden helyiértékből csak az 1-es, úgy a római számíráshoz sem volt az, mert helyet kaptak a „félhelyiértékek”: V az 5, L az 50, D az 500. Ezekből a jelekből annyit írtak le, amennyit azon a helyiértéken számláltak a számok felírásában; összeadták a szereplő értékeket.

A félhelyiértékek rövidebbé tették a felírást. Ezek nélkül például az 1976 szám felírása MCCCCCCCCCXXXXXXIIIIII lenne. A félhelyiértékekkel is sok számjegyet kellett leírni bizonyos számokhoz, így 1976-hoz is: MDCCCLXXVI.

Előfordulhat-e, hogy két ugyanolyan félhelyiértéket jelölő betű kerül egymás mellé?

A két félhelyiértéket össze kell adnunk, ami az egész helyiérték, ezért nem írhatunk két félhelyiértéket jelölő számjegyet egymás mellé.

Nyomozz!

Láttál-e már olyan római számot, amelyben a 4-et IIII jelölte? Láttál-e már más római számjeleket? Ha igen, hol? Ha nem, keresgélj!

A számok kiolvasása így is nehézkes volt, ha túl sok (például 4) ugyanolyan jel került egymás mellé. Ezért a XIV–XV. század táján megbontották az írás összeadó jellegét, négy jel helyett az eggyel nagyobból vontak ki egy kisebbet: IV jelölte a 4-et, IX a 9-et, XL a 40-et, XC a 90-et, CD a 400-at, CM a 900-at.

Más kivonást nem alkalmaztak.

Helytelen tehát azt gondolni, hogy ezzel a felírással akármiből akármilyen kivonható. 999-et nem írhatjuk IM-nek, az helyesen CMXCIX; jól láthatók az egységek: [CM][XC][IX].

Ezt jelenti $M - C + C - X + X - I = M - I$.

Emiatt az egyszerűsítés miatt legfeljebb három ugyanolyan betű szerepelhet egy római számban.

A tízes számrendszerben a számjegyek akármelyik helyiértéken szerepelhetnek, valódi értéküket a helyiérték határozza meg. A római számokban azonban attól is függ egy-egy számjegy alakja, hogy melyik helyiértéken áll. Készítsünk táblázatot, amelyben megadjuk, hogy a számjegyeket 1-től 9-ig a római számírás szerint hogyan írjuk az egyes helyiértékeken!

A számjegy	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1-es helyiértéken	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
10-es helyiértéken	X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC
100-as helyiértéken	C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM
1000-es helyiértéken	M	MM	MMM						

Sorold fel a megismert római számokat jelölő betűket számértékük szerint csökkenő sorrendben!

Feladatok

- 😊 **1** Melyek római számok az alábbiak közül? Azokat írd át helyiértékes számírás szerint!

XC; CIX; CCIX; CXCIV; MXCIX; MMCCX;
MMCCIX; DMCCIX; DMCXCIX; MDMXCIV.

- 😊 **2** Amelyik számot tudod, írd le római számokkal!

2567; 4583; 2010; 699; 349; 956; 989; 998; 999.

- 😊 **3** Keresd meg, melyik az a legnagyobb szám, amelyet római számokkal le tudsz írni!

- 😊 **4** Írd le számokkal, betűkkel, és írd helyiérték-táblázatba!

MCMXCIX; MXLIX; XXIII; CCCVI; MMMDCCCLXXXVIII.

- 😊 **5** Helyezz át egy gyufát, hogy igaz kifejezést kapj!

$$VIII + II = V;$$

$$VIII - IV = II;$$

$$IV - III = I;$$

$$XVIII - II + X = X.$$

Készíts, gyűjts hasonlóakat!



1. A természetes számok

1.

 **6** Falióránk porcelán számlapja kettérepedt. A repedés a számlapra írt római számokat úgy osztotta szét, hogy azok összege a két egyben maradt részen éppen egyenlő. Hol keletkezhetett a repedés?

 **7** Falióránk porcelán számlapja három részre repedt. A repedés a számlapra írt római számokat úgy osztotta szét, hogy azok összege a három egyben maradt részen éppen egyenlő. Hol keletkezhetett a repedés?

 **8** a) Írd le azt a római számot, amely a legtöbb római számjegyből áll! Hány jegyű ez a szám? Hány lehetőség van?

b) Írd le a leírható legnagyobb római számot! Ugyanazt a két számot írtad-e le?

c) Írd le azt a 12-jegyű számot, amely arab számmal írva a lehető legtöbb jelet tartalmazza! Hányat találtál? Írd le a legnagyobb 12-jegyű számot! Ebből mennyit találtál?



 **9** Keresz olyan római számokat, amelyek értelmes magyar szavak is egyben!

 **10** Alkoss értelmes magyar szavakat római számjegyekből!

 **11** a) Írd le római számokkal – ha lehet: 9; 476; 53; 1999; 499; 501; 0!

b) Írd le arab számokkal: MCM, MMMCMXLIX, IMICX!

 **12** a) Ha szeretsz számítógéppel programozni, próbálj meg olyan programot írni, amely római számokat állít elő.

b) Készíts olyan programot, amely átírja a helyiértékes számokat római számokra és vissza! Ha most nem sikerül, előveheted a feladatot később is!

 **13** Római keresztrejtvény – a feladatot a füzetedben oldd meg!

Vízszintes:

I. Római számként két darab 1000-es van benne, de kisebb, mint 2000.

V. Három százás szerepel benne.

VI. Különböző jelekből áll, és pontosan egy félhelyiértéket jelölő szám szerepel benne.

VII. 30-cal kisebb függőleges IV-nél, 549-cel kisebb vízszintes VI-nál.

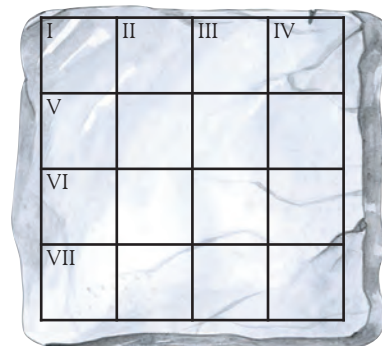
Függőleges:

I. Ennek az évezrednek az 550-edik éve.

II. 3 százás szerepel benne.

III. Tíz helyiértékek római számokkal, nagyság szerint csökkenő sorrendben.

IV. 8-cal kisebb, mint 100.



1.

A számegyenes

Rajzolj egy számegyeneset, szemléltesd rajta a természetes számokat 0-tól 10-ig!

A számokat nem csak leírni, szemléltetni is sokféleképpen lehet. Az egyik legegyszerűbb szemléltetési mód a számegyenes.

A számegyenes olyan egyenes, amelyen a számokat nagyság szerint ábrázoljuk. Nyíl jelöli, hogy merre nagyobbak a számok.

A számegyenesen két szám közül a nagyobb „előrébb”, a nyílhoz közelebb helyezkedik el a kisebbhez képest.

Például mivel $3 < 47$, a számegyenesen a 47 a 3-hoz képest „előrébb”, tehát a 3 a 47-hez képest „hátrább” helyezkedik el.



Az egész számok a számegyenesen „egyenletesen” helyezkednek el. A 0-tól az 1-ig ugyanakkora lépést teszünk meg, mint az 1-től a 2-ig vagy mint a 2-től a 3-ig és így tovább. Vagy például az 5-től a 11-ig ugyanannyit, mint a 92-től a 98-ig, mert 5-től 6 lépésnyire van a 11, és 92-től 6 lépésnyire van a 98.



Miért nem számegyenes az, amelyiken csak egy szám helye van megadva?

Azért, mert nem tudjuk meg belőle, hogy a többi szám hol helyezkedhet el.

A számegyenesen jelölnünk kell legalább két szám helyét, mert csak ebből tudjuk megállapítani a többi szám helyét. Ez már megadja a növekedés irányát, amit egy nyíllal is szokás jelölni.

1. A természetes számok

A számegyenesnek nem feltétlenül a jobb oldalán van a nyíl.

A számegyenes nem feltétlenül vízszintes.

A számegyenes – bár a neve azt sugallja – nem is feltétlenül egyenes.

Az asztalosok, ácscok mérőeszköze a „colstok”, a szabóké a „szabócenti”, sok lakásban megtalálható a mérőszalag, az egyik összecukható, a másik összehajtható, a harmadik felcsévélhető. Mégis mindegyiket *tekinthetjük* számegyenesnek, bár a matematikában ez nem szokás.



Mitől számegyenes tehát a számegyenes?

Attól, hogy a számok az egyik irányban *növekvő sorban* következnek, illetve hogy az egész számok *egyenletesen* helyezkednek el. A növekedési irányt a matematikában nyíllal szoktuk jelölni.

Foglald össze a számegyenes tulajdonságait!

Feladatok

😊 **1** Rajzolj alkalmas számegyeneset, és jelöld rajta 0-tól 10-ig a számokat!

😊 **2** Számegyenesek-e a következő ábrák? Ha igen, jelöld a hiányzó számokat, ha nem, indokold meg, miért nem! Dolgozz a füzetedben!



😊 **3** Írd be a jelölt számokat a számegyenesek alá! Dolgozz a füzetedben!



😊 **4** Melyik számot melyik számegyeneseken tudod megtalálni? Keresd meg az összes megoldást!

1; 3; 10; 48; 127; 254; 900. Dolgozz a füzetedben!



😊 **5** Készíts számegeyenest! Legyen egy osztásrész hosszúsága 1 cm!

a) Jelöljön egy osztás 1 egységet! Jelöld az alábbi számok helyét: 1; 10; 5; 4!

b) Jelöljön egy osztás 5 egységet!

Jelöld az alábbi számok helyét: 1; 10; 35; 4; 43!

c) Jelöljön egy osztás 12 egységet!

Jelöld az alábbi számok helyét: 1; 10; 24; 4; 48; 8!

1.

Összeadás

Végezd el fejben a következő összeadásokat! $8 + 3$; $3 + 8$; $17 + 6$; $5 + 4 + 13$; $13 + 6 + 7$

1. példa

Végezd el a műveleteket:

$15 + 37$; $37 + 15$; $15 + 84$; $84 + 15$; $37 + 84$; $84 + 37$;

$15 + 37 + 84$; $84 + 37 + 15$; $37 + 15 + 84$;

$15 + 84 + 37$; $84 + 15 + 37$; $37 + 84 + 15$.

Figyeld meg, hogy egyszerre csak két számot tudunk összeadni!

A végeredmény nem függ attól, hogy az egyikhez adjuk a másikat vagy a másikhoz az egyiket, az összeadás eredménye a két mennyiség együttes értékét jelenti. Ezért a két számot ugyanúgy nevezzük: **összeadandók** vagy **tagok**.

Az összeadandók felcserélhetők.

$$\boxed{57} + \boxed{98} = 155$$

tagok vagy összeadandók összeg

Lehet-e két számjegy összege 20 vagy annál nagyobb? Miért?

2. példa

Végezd el az összeadást: $7547 + 94868$!

Ismételjük át az írásbeli összeadás lépéseit!

Írásban helyiértékek szerint adjuk össze a számjegyeket, ezért írjuk le úgy a számokat egymás alá, hogy a megfelelő helyiértékek ugyanabba az oszlopba kerüljenek:

A második tag elé kitesszük a műveleti jelet. A vonal alá írjuk az összeget, azt is a helyiértékeknek megfelelően.

$$\begin{array}{r} 7547 \\ + 94868 \\ \hline \end{array}$$

Először összeadjuk az egyeseket:

7 egyes meg 8 egyes az 15 egyes, vagyis 5 egyes meg 1 tízes.

Az 5 egyest leírjuk az eredmény egyes helyiértékére.

$$\begin{array}{r} 7547 \\ + 94868 \\ \hline 5 \end{array}$$

Az 1 tízest a 10-eseken álló számjegyek összeadásakor adjuk hozzá: 4 tízes meg 6 tízes meg 1 tízes az 11 tízes, leírjuk az 1-et a 10-es helyiértékre, marad 1 (százas).

$$\begin{array}{r} 7547 \\ + 94868 \\ \hline 15 \end{array}$$

1. A természetes számok

5 százas meg 8 százas meg 1 százas az 14 százas, leírjuk a 4 százast a százasként, marad 1 (ezres).

$$\begin{array}{r} 7547 \\ + 94868 \\ \hline 415 \end{array}$$

7 ezres meg 4 ezres meg 1 ezres az 12 ezres, leírjuk a 2-t az ezres helyére, marad 1 tízezes.

$$\begin{array}{r} 7547 \\ + 94868 \\ \hline 2415 \end{array}$$

9 tízezes meg 1 tízezes az 10 tízezes, leírjuk a 0-t a tízezesek helyére, az 1-et a százezres helyére.

$$\begin{array}{r} 7547 \\ + 94868 \\ \hline 102415 \end{array}$$

Példa

Sándor, József és Benedek papírt gyűjtenek. József nem tud a többiekkel menni a gyűjtőhelyre, így valamelyik barátjának viszi el, amit ő gyűjtött.

Mennyi papírt ad le Sándor, illetve Benedek és mennyit adnak le összesen, ha Sándor 22 kg, József 18 kg, Benedek 26 kg papírt gyűjtött?

Ha József Sándornak viszi el a papírt,
akkor Sándor $22 \text{ kg} + 18 \text{ kg} = 40 \text{ kg}$, Benedek 26 kg papírt visz,
együtt $(22 \text{ kg} + 18 \text{ kg}) + 26 \text{ kg} = 40 \text{ kg} + 26 \text{ kg} = 66 \text{ kg}$ -ot adnak le.

Ha József Benedekhez viszi az általa gyűjtött papírt,
akkor Benedek $18 \text{ kg} + 26 \text{ kg} = 44 \text{ kg}$ papírt visz,
együtt $22 \text{ kg} + (18 \text{ kg} + 26 \text{ kg}) = 22 \text{ kg} + 44 \text{ kg} = 66 \text{ kg}$ -ot adnak le.

Azt tapasztaljuk, hogy három szám összeadásakor tetszőlegesen kiválaszthatjuk, hogy a számokat milyen csoportosításban, társításban adjuk össze, az összeg ugyanannyi.

Az összeadásban tetszőlegesen társíthatjuk (csoportosíthatjuk) a számokat.

1. Sorold fel, milyen tulajdonságait ismerted meg az összeadásnak!

2. Az összeadás elvégzése nélkül állapítsd meg, hogy egyenlő-e $(35 + 42) + 26$ és $35 + (42 + 26)$!

Feladatok

😊 1 Add össze a következő számokat a neked legegyszerűbb sorrendben!

a) 47; 153; 36;

c) 36; 145; 64;

b) 16; 24; 100;

d) 63; 25; 75.

😊 2 Végezd el írásban a következő összeadásokat!

a) $1958 + 2952 + 2700 + 162$;

c) $12\,926 + 57\,092 + 29\,981$;

b) $107 + 710 + 170 + 701$;

d) $11\,407 + 71\,892 + 37\,305$.

Kivonás

Végezd el fejben a következő kivonásokat! $16 - 7$; $25 - 3 - 8$; $25 - 8 - 3$; $25 - (8 - 3)$

Mely számok állhatnak a jelek helyén?

$$45 + \text{ } = 120, \quad 120 - 45 = \text{ }; \quad \text{ } + 16 = 37, \quad 37 - 16 = \text{ }.$$

1. A természetes számok

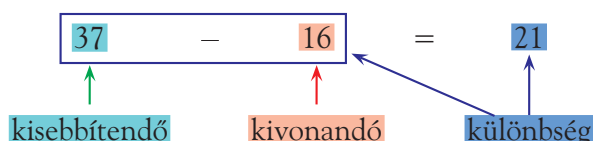
$$45 + 75 = 120 \text{ és } 120 - 45 = 75; \quad 21 + 16 = 37 \text{ és } 37 - 16 = 21.$$

Ha ismerjük az összeg egyik tagját, akkor kivonással következtethetünk a másik összeadandóra: az ismert tagot kivonjuk az összegből.

A kivonás művelete az összeadás műveletének megfordítása.

A kivonásban szereplő számokat meg kell különböztetnünk, mert nem mindegy, hogy melyikből vonjuk ki melyiket: $125 - 65 \neq 65 - 125$, mert $125 - 65 = 60$, de $65 - 125 \neq 60$.

Azt a számot, amelyből kivonjuk a másikat, **kisebbitendőnek** nevezzük, amit pedig ki kell vonni, **kivonandónak**, a művelet eredménye a **különbség**.



Példa

Végezzük el a kivonást: $27\,841 - 4783$!

Az írásbeli kivonást is helyiértékek szerint elrendezett számokkal célszerű elvégezni. Ismételjük át az írásbeli kivonás lépéseit!

Úgy gondolkodunk, hogy az összeadás egyik tagját és az eredményt ismerjük, a másik összeadandót keressük.

Hány egyest adjunk a 3-hoz, hogy az egyesek helyén 1-et kapjunk?
 $3 + 8 = 11$, tehát 8 egyest, és maradt 1 (tízes).

$27\,841$	$27\,841$
$- 4783$	$- 4783$
8	8

$1 + 8 = 9$ -hez mennyit kellett adnunk, hogy a tízes helyiértéken 4-et kapjunk? $9 + 5 = 14$, tehát 5-öt adtunk hozzá, és maradt 1 (száz).

$27\,841$	$27\,841$
$- 4783$	$- 4783$
8	58

$1 + 7 = 8$ -hoz mennyit adtunk, hogy a százatok helyén 8-at kapjunk?
 0-t.

$27\,841$	$27\,841$
$- 4783$	$- 4783$
58	058

4-hez mennyit adtunk, hogy az ezres helyiértéken 7-et kapjunk? 3-at.

$27\,841$	$27\,841$
$- 4783$	$- 4783$
058	3058

Mennyit adtunk 0-hoz, hogy a tízezrek helyén 2 lett az eredmény?
 2-t.

$27\,841$	$27\,841$
$- 4783$	$- 4783$
3058	23058

A kivonás eredménye tehát **23 058**.

$73 - 36 \neq 36 - 73$ és $(73 - 36) - 25 \neq 73 - (36 - 25)$. Ellenőrizd!

A kivonásban szereplő számok **nem cserélhetők fel**, és **nem is társíthatók (nem csoportosíthatók)**.

Ezért **nagyon fontos**, hogy ilyenkor mindig kitegyük a zárójeleket, hogy egyértelmű legyen, melyik műveletre gondolunk.

1. Hogyan változik a különbség, ha a kisebbítendőt és a kivonandót felcseréljük?

A kivonás elvégzése nélkül állapítsd meg, hogy egyenlő-e! $(15 - 23) - 38$ és $15 - (23 - 38)$

1. A természetes számok

Feladatok

😊 **1** Végezd el a következő kivonásokat!

a) $562 - 176$; $462 - 76$; $402 - 16$; $392 - 6$;

b) $4651 - 2785$; $2651 - 785$; $2051 - 185$; $1951 - 85$; $1901 - 35$; $1871 - 5$.

1. 😊 **2** Végezd el írásban a következő kivonásokat!

a) $17\ 645 - 8265$;

b) $98\ 716 - 89\ 617$;

c) $548 - 458$.

😊 **3** Végezd el a műveleteket! Figyeld meg az összeg, a különbség változásait az egyes oszlopokban!

$6425 + 3642$;

$6425 - 3642$;

$5946 + 1647$;

$6345 - 3264$;

$6725 + 3642$;

$6725 - 3642$;

$5953 + 1640$;

$6341 - 3260$;

$6725 + 3342$;

$6725 - 3342$;

$5993 + 1600$;

$6381 - 3300$;

$6125 + 3642$;

$6125 - 3642$;

$6593 + 1000$;

$6081 - 3000$;

$6125 + 3942$;

$6125 - 3942$;

$7593 + 0$;

$3081 - 0$.

😊 **4** Írd be a kerettel jelölt helyekre a hiányzó számjegyeket! A feladatot a füzetedben oldd meg!

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 6\ 2 \\ + 1\ 9\ 1\ 5 \\ \hline \square\square\square\square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 6\ 2 \\ + \square\square\square\square \\ \hline 9\ 3\ 7\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9\ 3\ 7\ 7 \\ - 7\ 4\ 6\ 2 \\ \hline \square\square\square\square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9\ 3\ 7\ 7 \\ - \square\square\square\square \\ \hline 7\ 4\ 6\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\square4\ 8 \\ + 2\ 7\square \\ \hline \square9\square1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5\square2\ 4 \\ + 3\ 8\square \\ \hline \square6\square2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7\square3\ 1 \\ - 5\ 4\square \\ \hline \square9\square1 \end{array}$$

😬 **5** Oldd meg a feladatokat, majd párosítsd össze őket aszerint, hogy melyek fejezik ki ugyanazt a gondolatot!

a) Gondoltam egy számot. Hozzáadtam 2-t, 7-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

b) Gondoltam egy számot. Kivontam belőle 15-öt, 6-ot kaptam. Melyik számra gondoltam?

c) Gondoltam egy számot. Hozzáadtam a 2-höz, 7-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

d) Gondoltam egy számot. Kivontam belőle 6-ot, 15-öt kaptam. Melyik számra gondoltam?

😬 **6** Két szám különbsége 416. Az összegük 680.

a) Mennyivel változhat az összegük, ha mindkettőt 25-tel növeljük?

b) Mennyivel változhat az összegük, ha az egyikhez 30-at adunk, a másiktól 30-at kivonunk?

c) Mennyivel változhat a különbség, ha az egyikhez 3-at hozzáadunk, a másiktól 3-at elveszünk?

d) Mennyivel változhat a különbség, ha mindkettőhöz 42-t adunk?

e) Hogyan változik az összeg és a különbség, ha mindkettőt 100-zal csökkentjük?

f) Hogyan változtassuk a számokat, hogy a különbségük ne változzék, az összegük pedig egyenlő legyen a különbségükkel?

g) Melyik az a két szám, amelyek különbsége és összege egyaránt 416?

h) Melyik az a két szám, amelyek különbsége 416, összege 680?

😊 **7** Mutyóka 10 éves, az édesapja 42 éves.

Mennyivel lesz idősebb Mutyókánál az édesapja 13 év múlva?



- 8 a) Két egész szám összege 614, különbségük 0. Mennyi lehet a két szám?
 b) Két egész szám összege 613, különbségük 0. Mennyi lehet a két szám?
 c) Két egész szám összege 614, különbségük 172. Mennyi lehet a két szám?
 d) Két egész szám összege 615, különbségük 172. Mennyi lehet a két szám?
 e) Két egész szám összege 614, különbségük 171. Mennyi lehet a két szám?
 f) Két egész szám összege 615, különbségük 171. Mennyi lehet a két szám?

- 9 a) Egy négyjegyű számhoz hozzáadjuk a számjegyeinek összegét.
 Mi a legnagyobb szám, amit így kaphatunk?
 b) Egy négyjegyű számból kivonjuk a számjegyeinek összegét.
 Mi a legkisebb szám, amit így kaphatunk?

- 10 Archibaldnak és Edömérnek ugyanannyi fogpiszkálója van, mindkettőjüknek 1712. Archibald odaad Edömérnek 237 fogpiszkálót. Mennyivel lesz több fogpiszkálója Edömérnek? Van-e felesleges adat a feladatban?

11



Tidónak 1712 darab pókja van. Minden nap fog még 17-et, de a régiek közül 8-at elenged. Hány pókja lesz 6 nap múlva? Hány lesz, ha minden nap 8-at fog és 17-et enged el?

- 12 Tidó zsebében 176 üveggolyó volt. Egy kis lyukon kiesett a 8 legkisebb. Aztán kirántott a zsebkendőjével együtt 24 golyót, amiből csak 10-et talált meg. Később elajándékozott 12-t a barátjának. Hány golyó marad Tidó zsebében? Próbáld meg minél többféleképpen felírni műveletekkel!

- 13 Egy gazdaságban 6587 kg takarmány volt. Felhasználtak belőle 3547 kg-ot, közben hoztak 3600 kg-ot.

a) Nőtt vagy csökkent a takarmány mennyisége? Mennyivel?

b) Hány kilogramm takarmány lett ezután? Hányféleképpen tudod kiszámítani?

- 14 A folyón haladó hajó oldalán lelógó 20 fokos hágcsóból 12 fok látszott ki a vízből. Ezek egymástól 30-30 cm távolságra voltak.

a) A hajót a kikötőben megrakodták, lejjebb süllyedt a vízben 80 cm-rel. Most hány fok látszik ki a hágcsóból?

b) Megemelkedett a víz szintje 80 cm-rel. Most hány fok látszik ki a vízből?



1. A természetes számok



15 Gondoliában Tonkos egy trükköt mutat Dalmárnak:

– Írj le egy ötjegyű számot a papír tetejére, majd hajtsd hátra, hogy ne lássam, mit írtál! Aztán írd meg egy másik ötjegyű számot, amit már én is láthatok. Hozzáírok én is egy számot. Aztán írd megint egyet, amire én is írok egyet, majd harmadszor is írd, és én is írok.

Ezt írták:

	5	6	0	2	6
	4	3	9	7	3
	1	1	1	1	1
	8	8	8	8	8
	9	0	0	0	0
		9	9	9	9
3	1	7	6	4	9



– Most pedig add össze a számokat, beleértve a titkos első számot is, mondd meg az összeget, és én megmondom, mit írtál elsőre!

– Az összeg 317 649.

Tonkos rávágta:

– Az első szám a 17 652 volt!

– Tényleg! Hogyan találtad ki ilyen gyorsan?

Tényleg, hogyan találta ki Tonkos ilyen gyorsan az első számot?

Szorzás fejben

Végezd el fejben a következő szorzásokat! $2 \cdot 8$; $5 \cdot 11$; $7 \cdot 8$; $2 \cdot 3 \cdot 5$; $2 \cdot (3 \cdot 5)$; $2 \cdot 5 \cdot 3$; $2 \cdot 5 \cdot 0$

1. példa

Az osztály a tanterem díszítésére pénzt gyűjt. Mind a 30 gyerek befizet 8 hónapon keresztül 1-1 eurót. Mennyi pénzt fizetnek be összesen? Az osztálypénztáros és egy szülő szemszögéből is próbáld meg végiggondolni!

Az osztálypénztáros a havonta összegyűlt pénzt számolja össze: havonta 30 euró, tehát a 8 hónap alatt

$(30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30)$ euró.

Az ismételt összeadás helyett szorzást végzünk. A 30-at 8-szor összeadva:

$$8 \cdot 30 = 240.$$

A szülő tudja, hogy az ő gyereke összesen 8 eurót fizet, tehát a 30 gyerek befizetése fejenként 8 euró, összesen 30-szor adjuk össze a 8-at:

$$30 \cdot 8 \text{ euró} = 240 \text{ euró}.$$

A szorzásban szereplő számok neve: **tényező**; az eredmény neve: **szorzat**.

$$\boxed{8} \cdot \boxed{30} = \boxed{240}$$

tényezők szorzat

$$30 \cdot 8 = 240; 8 \cdot 30 = 240.$$

A szorzás tényezőit felcserélve ugyanaz lesz a szorzat.

A szorzás tényezői felcserélhetők.