TANÁRI KÉZIKÖNYV

A MATEMATIKA MŰVELTSÉGTERÜLET ANYAGAINAK TANÍTÁSÁHOZ

FI-511010902 – SZAKISKOLAI KÖZISMERETI TANKÖNYV 9.
FI-511011001/1 – SZAKISKOLAI KÖZISMERETI TANKÖNYV 10.

EGER 1774
ESZTERHÁZY KÁROLY EGYETEM
OKTATÁSKUTATÓ ÉS FEJLESZTŐ INTÉZET

ESZTERHÁZY KÁROLY EGYETEM – OKTATÁSKUTATÓ ÉS FEJLESZTŐ INTÉZET

A kézikönyv az Széchenyi 2020 Fejlesztési program Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Programjának EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-00001 számú, A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés című projektje keretében készült. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Szerző
Koromné Beck Zsuzsanna

Szerkesztő
Kerberné Varga Anna

Olvasószerkesztő
Gönye László

Sorozatterv, tipográfia
Takács Brigitta Rita

Tördelés
Takács Brigitta Rita

Raktári szám: FI-511010802/K/2

Eszterházy Károly Egyetem – Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet
1143 Budapest, Szobránc utca 6–8.
www.ofi.hu

Felelős kiadó
dr. Liptai Kálmán rektor

TARTALOMJEGYZÉK

BEVEZETŐ

A szakiskolai közismereti tankönyvcsalád hosszabb fejlesztési folyamat során kristályosodott ki. Az elmúlt évek során a kipróbálás tapasztalatai alapján javították, tökéletesítették a tankönyvek tartalmát a fejezetek szerzői. A tankönyvcsalád matematika tantárgyának még hatékonyabb oktatása érdekében készült a tanári módszertani kézikönyv, mely segítséget nyújt a tankönyvek anyagának változatosabb módszertani feldolgozásához.

A kézikönyv első részében tételesen áttekintjük, hogyan valósultak meg az újgenerációs tankönyvek fejlesztési céljai, a tanuló- és tanulásközpontú tananyag-feldolgozás, a szövegértés és szövegalkotás, a digitális műveltség fejlesztése, melyek a legfontosabb tapasztalatok, és nem utolsósorban a korszerű műveltségkép közvetítése. A következő nagyobb egységben a kézikönyv bemutatja a tankönyvek felépítését és a témaköröket. Ebben a részben a témakörök (fejezetek) tanítási, tankönyv-felhasználási lehetőségeiről részletesen esik szó. A harmadik nagyobb egységben a tankönyv eredményes használatának feltételei és lehetőségei kerülnek kibontásra. A negyedik egység a tankönyvek „szatelitjeiről”, a munkafüzetekről szól.

I. AZ ÚJGENERÁCIÓS TANKÖNYVEK FEJLESZTÉSI CÉLJAINAK MEGVALÓSULÁSA

Tudomány- és művészetpedagógia

A matematika fejezetek nem titkolt célja, hogy a többi közismereti tantárggyal együttműködve, a tanulókban korszerű, a XXI. századnak megfelelő műveltségképet alakítson ki. A tankönyv az életkornak megfelelő természetességgel megmutatja, hogy a matematika a tudomány és a művészet különböző területeivel kölcsönhatásban áll. A világ működésének, jelenségeinek egyre pontosabb megismerése megköveteli magának az egyre gyakorlatiasabb matematikai módszereket (például az informatika matematikai vonatkozásait), és az új matematikai eredmények lehetővé teszik a természeti jelenségek egyre mélyebb megismerését. A matematika és a csillagászat kapcsolatát például az M100 spirálgalaxis adatainak meghatározása (10. tk. 120. o.) mutatja meg. A tankönyv a matematika és a művészetek kapcsolatát is érdekes példákon keresztül illusztrálja. A kilencedikes tankönyv 85. oldalán az egyszerű bronzötvözet megfelelő arányai kapcsán merül fel a harangöntés, és azon belül is a magyar harangöntés. A 9. tk. 116. oldalán a derékszögű háromszögre vonatkozó leghíresebb tételt kimondó görög tudós, Pitagorasz szobra jeleníti meg a derékszögű háromszöget. A szőnyegmintázatok jelentős részében megtalálhatók a geometriai transzformációk, az egybevágódás, a nagyítás (10. tk. 127. o), illetve a geometria és a művészet kapcsolatának legékesebb példáit talán Maurits Cornelis Escher holland művész szolgáltatja fantasztikus képeivel.

A tankönyv egyszerre jeleníti meg a régen élt alkotó embereket a jelenleg velünk élő alkotókkal, így hívva fel a figyelmet a múltra épülő jelen és a jelenre épülő jövő folytonosságára, ahol a jövő embereit természetesen a tankönyvet olvasó, használó tanulók képviselik. A jelen egyik alkotó embere Gombos Miklós, Magyarország egyetlen élő harangöntő mestere (9. tk. 85. o.), valamint a magyar feltalálóknak és tudománynak két mestere, Rubik Ernő, a Rubik-kocka feltalálója, és az egyik magyar rekorder, Endrey Marcell, aki a kocka vakon kirakásában volt rendkívül sikeres (10. tk. 85. o.). Felbukkan a tankönyv oldalain Lovász László is, a méltán világhírű magyar matematikus, aki jelenleg a Magyar Tudományos Akadémia elnöke (10. tk. 82. o.). A múlt nagy magyar matematikusai közül Neumann János, a többek között a játékelmélet alapjait lefektető tudós, és a játékelméletet továbbfejlesztők közül John Forbes Nash amerikai matematikus, Harsányi János magyar közgazdász, valamit Reinhard Selten német közgazdász is megjelenik (10. tk. 76. o.).

A tankönyv a matematika és a mindennapi élet viszonyára is számtalan példát szolgáltat. Egyik legnagyobb erénye talán éppen az, hogy a felhasználók számára fejezetről fejezetre szemlélteti, hogy a mindennapi élet elengedhetetlen része a matematika, és szinte példáról példára motiválja a tanulókat, hogy minél jobban sajátítsák el a matematikai módszereket. Az egyik leglátványosabban hasznosított területe a matematikának a geometria, azon belül is a háromszög alkotó elemeinek kiszámolása, így Pitagorasz tétele (9. tk. 116. o.), a szögfüggvények hegyesszögű definíciója (10. tk. 92. o.) vagy a kör kerületének, területének kiszámolása, például egy félkör alakú ablak esetén (9. tk. 121. oldal). De a valószínűség-számítás alapjai is a hétköznapi élet tetemes számú problémáira segítenek választ adni (9. tk. 127. oldal). Ezen az oldalon található egy szellemes példa: a népi bölcsességek mint a jelenségek valószínű lefolyásának élő tanúi. Például „A zöld karácsony rossz, fehér húsvétot hoz." mondás azt a valószínűséget hordozza, hogy a ha karácsonykor nem esik a hó, akkor valószínűleg húsvétkor fog esni.

A diákok számára releváns tudás kiválasztása

A tankönyv folyamatosan tartja a kapcsolatot a mindennapi élet és a matematika között. Már a fejezetcímek is kifejezik a szerzőknek ezt a szándékát, például „Matematika az életünkben", „Százalékszámítás a gyakorlatban", „Logika a mindennapokban", „Játékok és a matematika", „Versengés vagy kooperáció", „Statisztika a hétköznapokban" stb. A tankönyv nagy erénye, hogy nem él a tréfás címadás lehetőségével, a címek egyértelműen utalnak a fejezet tartalmára. Például „Hatványozás", „Százalékszámítás" stb. Viszont ezek az inkább matematikai szakterületekre koncentráló, gyakoroltató fejezetek is tele vannak a hétköznapi életből vett példákkal. A hatványozással foglalkozó fejezetben (9. tk. 83. o) a számok normálalakjának gyakorlása a Föld fontosabb adataival történik, vagy a százalékszámítás egyik példája (9. tk. 86. o.) a gyorsfagyasztott fasírtgolyók árának összehasonlítása. A kilencedikes tankönyv a matematika alapozására és a rutin megszerzésére fekteti a hangsúlyt, így feladatai sokszor inkább „száraz" matematikát tartalmaznak, a tizedikes tankönyv viszont már „ízes" gyűjteménye a mindennapi élet problémáinak: a 112. oldalán található térkövek száma, a 113. oldalán látható szabványos papírméretek, a 114. oldalon a padláshomlokzatban szereplő fagerendák hossza, a 116. oldalon a természetben előforduló szimmetriákra példák, a 125. oldalon a lakásfelújítás módszerei. Ezek csak kiragadottak a tankönyvben található példák közül, amelyek a hétköznapi élet és a matematika közötti kapcsolatot mutatják be.

A tankönyv célja, hogy a matematikával kapcsolatos képességeket úgy fejlessze, hogy az ismereteket minél több életszerű feladathoz kelljen használni. Éppen ezért a tizedikes tankönyv feladatainak jelentős részének olyan a problémafelvetése, műfaja és formája, hogy lehetőleg minél jobban hasonlítson az iskolán kívüli világ helyzeteihez. Ilyenek például a fent felsorolt fejezetek és fejezeteken belüli feladatok, de a 15. és a 23. fejezetek végén található projektfeladatok is.

Lényeget megragadó tananyagtervezés

A két tankönyv a NAT által előírt négy tematikai egység gondolati csomópontjait, kulcsfogalmait, adaptív (a diákhoz alkalmazkodó) tudást hordozó összefüggéseit és értelmezési kereteit veszi át. Természetesen a fejezetekben választható szét a négy tematikai egység, szinte minden fejezetben mind a négy egység valamilyen szinten szerepel. Mégis már a fejezetcímek sugallják a dominánsabb tematikát. Tizedikben a szűkös óraszám miatt a fejezetek végén összefoglaló található, amely segít eldönteni, hogy a fejezet mely kulcsfogalmakra fekteti a hangsúlyt. A tankönyvek a fogalmakat, fontosabb gondolatokat kiemelik, de mivel sokszor csak ismétlésként jelennek meg a gondolatok, ezért a tanárnak érdemes füzetbe összefoglalni azokat, vagy a tanulók számára kiemelni, hogy mely meghatározásokat tart fontosnak. Mivel az adaptív oktatás lényege, hogy a tanulók a tanulás során több egyenrangú utat járhatnak be, és a tankönyv egy utat mutat, a többi úton a tanárnak kell támogatnia a tanulót. Ebben a munkában szeretnénk segíteni a négy témakör, a témaköröket leginkább tartalmazó tankönyvi fejezetek számának és a témakörökben szereplő kulcsfogalmak kigyűjtésével:

1. Számtan, algebra:
   (9. tankönyv 5., 6., 7., 8., 9., 10., 11., 12., 13. fejezet; 10. tankönyv 11.,12. 13. fejezet.) A tematikai egységben szereplő kulcsfogalmak: szám, alapművelet, hatvány, négyzetgyök, azonosság, normál alak, pontosság (hibahatár), számegyenes, számhalmazok, alapművelet, hatvány, négyzetgyök, becslés, pontosság (hibahatár), ellenőrzés.
2. Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika, valószínűség, statisztika:
   (9. tankönyv 1. 2., 3., 4., 14., 15., 30.; 10. tankönyv 1.,2.,3.,4.,5.,6.,7.,8.,9.,10. fejezet.) Halmaz, számegyenes, pontosság (hibahatár), nagyságrend, koordináta-rendszer, grafikon, diagram, logikai művelet, statisztika, valószínűség.
3. Függvények, sorozatok, egyenletek, algoritmus:
   (9. tankönyv 16., 17., 18., 19., 20., 21., 22.; 10. tankönyv 14., 15., 16., 17., 18., 19., 20., 21., 22., 23. fejezet.) Százalék, sorozat, függvény, egyenlet, definíció, képlet, szabály, grafikon, táblázat, diagram, algoritmus, kamat.
4. A geometria alapjai:
   (9. tankönyv 23., 24., 25., 26., 27.,28., 29.; 10. tankönyv 13., 24., 25., 26., 27., 28., 29., 30. fejezet.) Sík, tér, szög, síkidom, test, mérés, kerület, terület, térfogat, felszín, szimmetria, nevezetes alakzatok, távolság, nevezetes síkidomok, szabályos testek.

A tankönyv felépítése kilencedikben alkalmas a heti egy alkalmas, vagyis a dupla óra, és a heti két különóra megtartására is. A fogalmak, képletek, módszerek ismétlődően jelennek meg a spirális tananyag-felépítésnek megfelelően. Például mind a két évben teljes fejezet foglalkozik a grafikonokkal, a függvényekkel stb. Kilencedikben az általános iskolai anyagra épülve mélyíti el az ismereteket, tizedikben már a kilencedikes ismeretekre épül a tananyag. A lineáris tananyagvezetés megmutatkozik például kilencedikben a *Műveletek racionális számokkal* vagy tizedikben a *Grafikonok, diagramok* rész két fejezetre bontásában. De leginkább a tankönyvben együtt szerepel a két tananyag-felépítési mód.

Egyes fogalmak (mint például a négyszögek) a tankönyvekben (9/23, 9/24, 9/26, 9/28, 9/29, 10/22, 10/23, 10/24, 10/28, 10/29, 10/30) többször és nagyon sokféle helyzetbe jelennek meg. Hol mint vetület, hol mint alaprajz, vagy a sorozatoknál mint egymás felezésével kapható papírméret-sorozatként jelennek meg a négyszögek.

A tanulóközpontúság

A tankönyvek felhasználják a tanulóközpontú oktatás eredményeit is. Minden témakör feldolgozása a korábbi ismeretek felmérésével kezdődik. Kilencedikben ez komoly kihívást jelent a tanulói közösség számára, mivel tagjai nagyon eltérő általános iskolákból, eltérő szociolokulturális helyzetből, eltérő ismeretekkel, eltérő tanulási kedvvel, motivációval érkeznek. A közösségnek a tanárral együtt kell a tananyaggal kapcsolatos szórványismereteket, jó eljárásokat, szokásokat megismerni, elfogadni és elsajátítani. Az előzetes tudás közösség számára való hasznossága az egyének számára sikerélményt jelent, fontos motiváló tényezőként segítheti a kedvező tanulási folyamatok kialakulását. A tanulókkal felidézett ismerethálóba, már logikusan, a tanulók számára jól követhető módon illeszthetők be az új ismeretek mozaikdarabkái. Az új ismeret akkor válik az egyén számára jól használhatóvá, ha példákon keresztül megismeri azt. „Forgatja”, „játszadozik” vele, a maga szóhasználatával, ismeretanyagával próbálja alkalmazni, felhasználni, ütközteti más, korábbi ismereteivel. Ezen a folyamaton csak a motivált, érdeklődő diák megy át, a többség egyszerűen csak megtanulná, mert kell. A diákok többségének „megérintése” például a reflektálás lehetőségének biztosítása. A fogalom megismeréséhez nem csak az tartozik, hogy pontosan megtanuljuk a definíciót, hanem az is része, hogy mi nem, és még mélyebb ismeretet jelent annak a tudása, hogy miért nem az. Ezért a fogalom szempontjából nem helyes gondolat is bizonyos szempontból dicséretet érdemel, mert alkalmat teremthet arra, hogy a tanár megvilágítsa, hogy az adott fogalom miért nem az, amit a hozzászóló tudni vélt. Ezzel a módszerrel, a barátságos környezettel feltárhatjuk a tanulókban élő, a tananyaggal kapcsolatos tévhiteket, és ezzel csökkenthetjük a későbbi feladatokban a hibázási lehetőségeket. A tanulók felkészülnek a hibázási lehetőségekre, és nem követik el a hibát. A tanulóközpontúság modellje: kapcsolat a tanulók előzetes tudásával, majd az új tartalmak jól érthető és könnyen felidézhető struktúrákba rendezése, a tanulók önálló reflektálási lehetőségének biztosítása, és végül a tanultak kiterjesztésére, új kontextusokba való alkalmazásának lehetőségének biztosítása. Ebben a nem könnyű munkában igazi társként jelenik meg a két tankönyv a tanár számára. A tankönyvek épp a hétköznapi példákon keresztül mutatják az újabb és újabb kontextusokat az adott fogalmak számra.

A tanulókban rejlő különböző típusú tehetség és kreativitás

A tanulási folyamat egyik eredménye, hogy a tanulók sok mindent megtudnak magukról. Értelemszerűen a matematikával való foglalkozás során a matematikai-logikai intelligenciával kapcsolatos tulajdonságokról vélnek információt szerezni. Pedig sokszor átlagos vagy afeletti matematikai képességű tanulók hiszik magukról, hogy gyenge képességűek. A matematikafoglalkozások egyik nagy kihívása, hogy ezekkel a téves gondolatokkal szembeszálljon, még akkor is, ha az illető tanuló számára kényelmes álláspont elfogadni azt. A matematikatanár számára örök dilemma, hogy milyen mértékben használja fel a többi tantárgynál alkalmazott memorizálási technikát, bemagoltassa-e a tanulókkal az egyes matematikai eljárásokat, és azt kérje számon, vagy pedig az összefüggések megértésére koncentráljon, és azt kérje a tanulóktól. Az utóbbi nagyon fáradságos út, és csak egy idő után jár sikerélménnyel.

A tankönyvek felépítése lehetőséget biztosít a csoportos foglalkozások számára, vagy a páros munkára is, így matematikaórákon alkalom nyílik a nyelvi-verbális intelligencia alkalmazására. Szerencsére a nyelvi-verbális és a matematikai-logikai intelligencia mellett a matematika tanítása támaszkodhat egyéb intelligenciákra is, mivel projektbemutatók alkalmával rajzolhatnak, ábrákat készíthetnek, verseket írhatnak, kisebb történeteket játszhatnak el a tanulók, illetve alkotásaikat térben is elképzelhetik, megvalósíthatják. A matematikai tananyagok sokrétű feldolgozásának még az adhat rendkívüli jelentőséget, hogy a tizenöt-tizenhat éves diákok még némi pályamódosítás előtt állhatnak, és a megfelelő önismeret hozzásegítheti őket az egyéniségüknek megfelelő feladat-, munkakör kiválasztásához, ezen a keresztül pedig a harmonikus, boldog élet lehetőségéhez.

A hazai tankönyvkutatás által feltárt problémák alapján megfogalmazott feladatok

A tankönyvek és a hozzájuk tartozó munkafüzetek az adott fejezetek esetében szerves egységet képeznek, és az adott témakörhöz tartozó nagyobb feladatszám többféle feldolgozásra kínál lehetőséget. A feldolgozásmód kiválasztásának nagyon sok szempontja lehet, így belső szempontrendszer, a tanulók motiválhatósága, a csoport összetétele, mentális állapota vagy külső feltételek, az óraszámok elmaradása, nagyfokú hiányzások, az iskola felszereltsége stb. A tankönyv sok segítséget nyújt az egyik talán legtöbb járulékos haszonnal járó képzési mód, a tanulók közötti kooperáción alapuló, csoportmunkában végezhető tanórai feladatok megszervezéséhez és megvalósításához. Sajnos a tankönyv terjedelmi korlátai csak a fontosabb feladattípusok megjelenítését teszik lehetővé, így a csoportos munka megszervezése a tanártól több felkészülési időt és oktatási tananyagok létrehozását követeli meg, de az oktatási anyagok maradandósága és a sok sikerélmény, projektprodutum, pedagógiai előny miatt érdemes ezt a képzési formát is választani.

A tankönyvek a XXI. század kihívásainak megfelelően nagy hangsúlyt fektetnek a mindennapi életvitelhez szükséges ismeretek és problémamegoldások megtanítására, bár ezek a szempontok inkább a tizedikes kiadványra jellemzők, mivel a kilencedikes tankönyv elkészítésekor figyelembe kellett venni a matematikai módszerek jelentős részének sajátosan matematikai jellegét. A hétköznapi problémákra adott matematikamodellek megoldása matematikai szemléletet igényel. A gázszámla kiszámolásához szükséges egyenletek felállítása után már az algebrai módszereké a terep. A tizedikes tankönyv a logika hétköznapi példákon való alkalmazásával, a következtetések levonásával, a szövegelemzéssel, a problémamegoldó gondolkodás lépéseivel kezdi a matematikai tanulmányokat. Bemutatja az egyszerűbb játékokat, a mögöttük rejlő nyerő stratégiával. Felhívja a figyelmet arra, hogy bizonyos helyzetekben a versengés előnyösebb az egyén számára, de más esetekben az együttműködés (kooperáció) lehet a nyerő stratégia. Újdonsága a tankönyvnek, hogy többféle problémamegoldási módszert is felvázol a tanulók számára, és első látásra nem matematikai problémák – mint például a kirándulásszervezés – megoldását is a tanulókra bízza. Sajnos a tanidő rövidsége miatt bizonyos nagyobb területeket csak érinteni tud a tankönyv, ilyen a kombinatorika, a gráfok, a valószínűség, a statisztika, de ezeknek a témaköröknek a körülményekhez képest igen alaposan megmutatja a gyakorlati vonatkozásait. Az adatfeldolgozás, a kalkulálás, becslés, az arányosságokkal való számolás is a matematika mindennapokban való használhatóságát mutatja meg. A geometria rész, különösen a 30. fejezet végképp a matematikai ismeretek való életben történő hasznosíthatóságát reprezentálja.

A kooperatív csoportfoglalkozások egyik nagy előnye, hogy a tanulók már az új ismeretek megszerzésénél aktív szerepet kapnak. Ezeknél a foglalkozásoknál az óra szervezése megkívánja az ösztönző feltételeket, a munkáltató, problémamegoldó óraszervezést és a projektalapú tanítás módszereit. Viszont ennek a tanítási módozatnak nem mindig vannak meg a feltételei, ilyenkor sem kell lemondani a tanulók aktivitásáról, csak a feltételeknek megfelelően szűkíteni kell a módszereket. Csoportfoglalkozás helyett páros foglalkozás, hozott feladatok helyett az egyébként praktikus és erre a célra összeállított tankönyvi és munkafüzeti feladatok megoldása, az internet használata helyett könyvek és magazinok használata. Az új ismeret aktív megszerzésének lehetősége megéri a némi többletenergia befektetését.

A tankönyvi kérdések közös megbeszélése során érdemes azokat továbbgondolni is. Például a 9/24. 8. feladat a) állításánál – Van olyan háromszög, amelyiknek két derékszöge van – érdemes megbeszélni, hogy négyszögek, sokszögek esetén lehet-e igaz. Van-e pontosan három derékszögű négyszög stb. A tankönyvi feladatok, problémafelvetések általában lehetővé teszik a továbbgondolást. Persze óhatatlanul felmerülhetnek elvetélt ötletek is, ezeket úgy érdemes kezelni, hogy a tanulóknak ne vegye el a kedvét, a további ötleteléstől, de ne fulladjon nevetségességbe se az óra.

A tanári megbeszélések gyakori témája, hogy a tanulók ugyanazt az anyagrészt két különböző tantárgyban tanulják. Ilyenkor az adott témát két különálló anyagrésznek tekintik, nem jönnek rá, hogy ugyanarról van szó. Persze ezt a modern tankönyvírás már azzal oldja meg, hogy felhívja a tanulók figyelmét a kapcsolatra. Viszont ez visszafelé is igaz lehet. Sok esetben a tanuló már találkozott korábbi tájékozódása, olvasottsága, internetes „szörfözései" révén olyan ismeretekkel, módszerekkel, amelyeket az adott matematikaórán tanul először. Ezeket a saját tapasztalatokat, élményeket is érdemes beépíteni a tanóra menetébe, biztatni arra a tanulókat, hogy ezeket az eseteket megosszák egymással.

A csoportos tanulási módszer másik előnye, hogy a tanulók nem kerülhetik el azt, hogy folyamatosan reflektáljanak a tanult dolgokról. Rá vannak kényszerülve az állandó véleménynyilvánításra, a tapasztalataik többiekkel való megosztására, az állandó kérdezésre és a moderált vitára. Ezekre a szempontokra más típusú óravezetések esetén is érdemes ügyelni.

A matematikára jutó heti óraszámot tekintve a vizuális kultúra és az ének-zene tantárgyak képességfejlesztési módszereire is hagyatkozhat a matematikatanítás. Ha kevés a fejlesztési idő, akkor a tananyagot kell megfelelően szelektálni, csoportosítani, hogy a képességfejlesztési céloknak megfeleljen. A matematika-tankönyvek fejezeteinek feladatai ennek a célnak megfelelnek. A feladatok mind a képzeletet, mind a kreativitást, mind a megfelelő képességeket megmozgatják. A feladatok rendszerbe, úgynevezett fejlesztő feladatrendszerbe szervezettek, mint például a kilencedikes tankönyv 30. fejezetében a valószínűség-számításos feladatok.

A tankönyvben lévő képek nem csak illusztrálnak, hanem több pedagógiai funkciót is betöltenek. Megtekintésük már a hozzájuk tartozó szöveg elolvasása nélkül is elgondolkodtat, segít a hozzájuk tartozó szöveg megértésében. A folyamatábrák átláthatóbbá teszik a szövegben leírt folyamatokat. Külön öröm, hogy a 10/16-ban szó esik az infografikáról is, ahol az információ bárki számára könnyen érthető formában jelenik, meg, az infografikák érdekességükkel pedig felkelti a figyelmet, és feltüzelik a fantáziát. A tankönyv ábráinak egy része maga is jó példa az infografikára. A 10/20-ban a hulladékfajták lebomlási idejére vonatkozó ábra például a háztartási hulladék szelektív gyűjtésének értékére hívja fel a figyelmet.

A tanulás eredményességét elősegítő megoldások a tankönyvben

A matematika tankönyvek áttekinthető és jól megtanulható szerkezeti felépítésének köszönhetően a drága tanidő nem a tankönyvben való tájékozódással, az állandó kereséssel megy el. A tankönyvekben az egy fejezet két oldal elrendezés önmagáért beszél, áttekinthetővé teszi az aktuális tananyagot.

A két tankönyv szerkezete a heti óraszámot figyelembe véve egy kicsit eltér egymástól. A kilencedikes tankönyv minden fejezetének elején piros szöveggel megjelenik, hogy miről is szól a fejezet. Ez a kis bevezető segíti a tanulót a fejezet feldolgozásában. A tájékozódás fontos része a színek és keretezett részek használata. Az adott anyaghoz tartozó fogalmak világos barna hátterű részekben vannak, a példák szürke hátterűek. A feladatokat piros hátterű karikák mutatják. Az ábrák beszédesek, sok esetben az előzetes tudást mozgósítják. A feladatok sokfélék, szerepelnek közöttük tesztek, kérdések, számolós, szerkesztős feladatok is. Némelyikre egyszerű válaszolni, mások megoldásához pedig összetettebb út vezet. A kilencedikes tankönyv fejezeteihez átlagosan két tanóra jut, így a fejezetek végén található piros füles Ráadás rész még az elvégzendő feladatok mennyiségét növeli. A többi fül pedig az adott fejezet egyéb műveltségi terület ehhez a részhez kapcsolódó fejezeteit jelöli.

A tizedikes tankönyv szerkezete hasonló a kilencedikes tankönyv szerkezetéhez, csak figyelembe veszi, hogy egy fejezethez csak egy tanóra tartozik, így a fejezetvégi piros füles rész itt az Összefoglalás címet kapta. A tanóra céltudatosabban tör az elsajátítandó tananyag megtanulásának irányába.

A tankönyvek segítik a tanulókat a gondolkodásukról való ismereteik megszerzésében. Segíti őket abban, hogy figyeljék a gondolkodásukat, a tanulásukat, felismerjék, hogy mely anyagrész, módszer elsajátításához van szükségük több időre, több gyakorlásra, és melyekre kevesebb, vagyis a tanulási erőforrásaik gazdaságosabb beosztását is segítik a kiadványok.

A tankönyvek nem közvetlenül, nem direkt módon mutatják meg a tanulási stratégiákat, nem is tehetnék ezt meg, hiszen a terjedelmi korlátok nem engedik, hanem a tananyagrészek, az aktuális ismeretek emészthető „falatkákká” osztásával támogatják azokat. Az egyének számára más-más tanulási stratégia, módszer hasznos, így a tanár ezeket be tudja mutatni, és elfogadtatni a csoporttal az egyének egyéni tanulási módszereit. Mert ugye, ha nem úgy tanul a másik, ahogy én, attól még ő is lehet jó tanuló stb. (Egy tankönyv ötféle műveltségi területet tartalmaz, mindegyik másfajta tanulási stratégiai igénnyel. A tanulók az év során, ha akarnak, korrektül megtanulhatnak tanulni.)

A tankönyvekben bizonyos tananyagrészek többször is felbukkannak, ilyenkor lehetőség szerint új kontextusokban. Ezekben próbálhatják ki és alkalmazhatják a tanulók a korábbi ismereteiket.

A tankönyvek teljesítik a kísérleti tankönyvektől elvárt hangsúlyos feltételeket. A tanulási célt meghatározó és a téma lényegét bemutató bevezetések még színükben is (piros) eltérnek a környezetüktől. Méltán rövidek, lényegre törők, támaszkodnak a tanulók természetes, életkorukra jellemző gondolkodásmódjára. A bevezetők nyelvezete egyszerű, kerülik a többszörösen összetett mondatokat. A tankönyv feladatai között szerepelnek az előzetes ismeretek és tapasztalatok feltárását elősegítő csoportos feladattípusok, melyek révén homogenizálni lehet a csoport feltehetően igencsak inhomogén tudás- és ismeretanyagát. Az egy fejezet két oldal elrendezés áttekinthetővé teszi a fejezet anyagát. Az alapvetően két hasábos elrendezés hasonlít a tanulók által használt honlapok hasábos szerkesztéséhez. Ez az elrendezés ugyanolyan érdekes a tanulók számára, mint az interneten megszokott olvasnivalók, ezáltal a tankönyv a figyelem felkeltésében versenyképes a korosztályra hatni akaró médiával. A hasábos elrendezés jól tördeli, áttekinthetőbbé teszi a kisebb tanulási egységeket, természetes elválasztója az információknak, a tankönyvi elemeknek. Jól strukturált az ismeretanyag. A tankönyvi feladatok kiszolgálják a csoportmunka-igényeket, de megoldhatók önállóan is. (Mivel a tankönyv nem tartalmazza a feladatok megoldását, ezért a közös megbeszélésekre mindenképpen szükség van.) A tankönyv fejezeteiben sok problémafelvető ábra, szöveg és kérdés található. Ezek közös megbeszélése is fontos része a tanóráknak. A modern kísérleti tankönyvek támaszkodnak a tanulók személyes tapasztalataira, élményeire. A matematika tankönyv is utal ezekre a tapasztalatokra, lehetőséget kínál a tanulók ismereteinek tanórai felhasználására. A feladatok, kérdések egy része a tanulókat reflektálásra, véleményalkotásra ösztönzi. Természetesen ezen megnyilvánulásokhoz is idő kell, hacsak a diákok nem otthoni írásbeli feladatként kapják őket. A dolgozatforma lehetővé teszi az őszintébb megnyilvánulást, hiszen „csak” a tanárnak íródnak, nem kell tartani a diáktársak sokszor bántó véleményétől. A kísérleti tankönyvek, így a matematika tankönyveknek is célja, hogy a korábbi elképzelések, ismeretek új megvilágításba kerüljenek. Ilyen szituáció például a 10/23 fejezet körkörös kockaburkolási feladata. A tankönyv az új ismeretek valódi megértésére törekszik. A matematikai módszerek, nem típusfeladatok általában ezt a célt szolgálják, viszont még a matematikában is elkerülhetetlen a mintafeladatok megtanulásán keresztüli tananyagátadás. A tankönyvek mind a két módszert erőteljesen támogatják. A kiadványok néha rejtetten, néha jól tetten érhetően hordozzák magukon a modern, kísérleti tankönyvek ismérveit.

A tudományos ismeretek valódi megértésének biztosítása

A két tankönyv fejezetei a két munkafüzettel együtt a címben megjelölt témakör feldolgozásához megfelelő mennyiségű és változatosságú példaanyagot biztosítanak, amelyek segítségével a tantervben szereplő tudományos elméletek megérthetők. A fejezetekhez tartozó feladatanyag sok esetben több, mint amit két óra vagy tizedikben egy óra alatt feldolgozni lehetséges. Éppen ezért az óra (órák) megtartása többféle elképzelés szerint lehetséges. Végül is a tanár dönti el, hogy mely feladatokat hagyja ki, és mely feladatokat választja. Viszont fel is használhatja a korábbi oktatási tapasztalatai vagy a korábban kidolgozott oktatási anyag alapján a maga módszereit, s mondjuk házi feladatként hasznosulnak a tankönyvi és munkafüzeti feladatok.

A tankönyvekben szereplő példák életszerűsége segíti a tanulókat, hogy a környezetüket egy kicsit a matematika szemüvegén keresztül lássák, így a világ apróbb jelenségeinek megfigyelése során szerzett közvetlen tapasztalataik a matematikatanulmányaikat is segítik. Ezen apró megfigyelésekre a tanár is felhívhatja a figyelmet, de megszervezheti, hogy az órán a tanulók megosszák egymással a szerzett tapasztalataikat.

A matematika viszonylag könnyű helyzetben van abban a tekintetben, hogy az órákon megszerzett ismeretek jelentős részének hétköznapi hasznosságát igazolja. Hiszen a távolságok összegét a távolságok mérőszámainak összegével lehet kiszámolni, nincs más út. Elvontabb fogalmak esetén persze nem ilyen egyszerű a helyzet, de éppen távolságméréssel indokolható például a szögfüggvényekkel való foglalkozás is. A matematika mint tudomány lényege, a struktúrák törvényszerűségeinek öncélú tanulmányozása, szerencsére nem célja a tankönyveknek, ezért ilyen irányú motivációkról nem kell gondoskodni. A megszerzett ismeretek és képességek felhasználása módjainak átadása a tankönyv, a tanár és a diáktársak hármasának együttműködésével történik.

A tankönyvekben a feladatok többféle funkciót látnak el. A feladatok egy része felveti a fejezet fontosabb problémáit. A feladatok másik része gyakoroltat, a harmadik csoport pedig lehetővé teszi a tanár és a tanulók számára, hogy ellenőrizzék, a diákok valóban megértették-e a lényeges összefüggéseket. Ezek a feladatok általában a fejezetek végén találhatók.

A tankönyvek feladatai elég érdekesek és sokrétűek ahhoz, hogy a tanár sokféle tanulási légkört alakíthasson ki. A témakörönkénti és fejezetenkénti tanítási tanácsoknál, ahol csak lehet, ajánljuk a kooperatív-csoportos foglalkozást. A tizedikes tankönyv feldolgozásánál, a tanítási órák rövidsége miatt, gyakorlatilag minden fejezet feldolgozásánál szerepel a csoportos foglalkozás lehetősége is. Viszont kilencedikben a fejezetenkénti két óra időkeret lehetővé teszi a vegyes oktatási stílust is, minden foglalkozás módszertana egyéni lehet.

A két tankönyv szerkezete és feladatai révén a tanár a tanulók közötti kulturális különbségeket is figyelembe veheti a foglalkozás szervezése során. A mindennapi élet feladatai és az azokra adott különböző válaszok közös meghallgatása során a tanulók megismerik egymás életmódját, életről alkotott elképzeléseit. Viszont éppen ez a lehetőség teheti zárkózottá a tanulókat egymás előtt, hiszen egy őszinte kitárulkozás gúny tárgyává teheti őket. Éppen ezért fontos, hogy a tanár ügyeljen a megfelelő légkör kialakítására, a nyílt és a rejtett „piszkálódások” megelőzésére. A tapasztalat szerint a tanulók szeretnek nyitott légkörben létezni, szeretik az egyéniségüket megmutatni. Ha a bizalom megvan, a gyerekek megnyílnak, ha nincs meg, nem szabad erőltetni a megnyílást, mert csak ronthatunk a tanulók egymás közötti viszonyán. A páros és csoportmunka lehetővé teszi a speciális bánásmódot igénylő diákok számára is a megfelelő munkafeltételek kialakítását, mivel az ügyesen kiválasztott csoporttárs vagy pár nagyon sokat segíthet, de a speciális bánásmódot igénylő tanuló is, ha a megfelelő képességeit használhatja, segítheti a vele párban lévő társa munkáját. A kooperáló csoportban viszont mindenképpen meg lehet találni a számára legmegfelelőbb feladatot, amelyet aztán akár kitűnő minőségben oldhat meg, a többiek elismerése mellett.

A kutatás alapú tanulás feltételeinek megteremetése

A kutatás alapú tanulás algoritmusa a következő:

- A probléma meghatározása, a kérdésfelvetés
- Tervkészítés
- Az információ keresése, adatgyűjtés
- A vizsgálódás eredményeinek és következtetéseinek bemutatása
- Az eredeti kérdésre adott válaszok megvitatása, értékelése
- A feladatelvégzés folyamatának megvitatása és értékelése

A két tankönyv feladatrendszere, a feladatok választása lehetővé teszi a kutatásalapú tanulás egyszerűsített módját. Néhány iskolában a matematikát felfedeztető módszerrel tanítják. Ez azt jelenti, hogy a megfelelően kialakított feladatsor alapján, a jól kiválasztott problémafelvetések révén a diákok maguktól is bejárhatják azokat a gondolati ösvényeket, amelyeket az adott tudományos területtel foglalkozó matematikus elődök bejártak. A módszer mögött lévő gondolat egyszerű és vitathatatlan: amit a tanuló maga fedez fel, az olyan erős érzelmi nyomot hagy a lelkében, hogy soha el nem fogja felejteni. Ráadásul a sikerélmény más, új dolgok felfedezésére is sarkallhatja, és végül találhat olyan gondolatot, eredményt, amelyet rajta kívül még senki más nem fedezett fel. A kutatásalapú matematikatanítás hasonló a felfedeztető matematikatanításhoz, csak nem az egész tanítási folyamat épül a módszerre, hanem csak a matematika tanulási folyamatának bizonyos része, egyik módszere. A módszerrel kapcsolatban talán jogosnak vélt ellenvélemény lehet, hogy a tanulók már felfedezett gondolatokat fedeznek fel, és azoknak közvetlen elmagyarázása, megtanítása jobban bemutathatja az eredeti felfedezők érdemeit, a gondolat igazi mélységét. Talán a kételkedők számára jó példa lehet a turistáskodás. Az útikönyvekben nagyszerűen le vannak írva a látnivalók, az adott helyhez köthető tudnivalók, híres emberek, történetek, de igazán átélhetővé, az egyén számára hasznossá ezeknek a helyszínen történő megismerése révén válhat. Ilyen értelemben a matematika megismerése egy kirándulás, egy hatalmas nagy kaland, tele rengeteg intellektuális élménnyel.

Az egyik közvetlenül a kutatásalapú tanítás módszereivel foglalkozó fejezet a tizedikes tankönyv 3. fejezete, ami a szöveges feladatok elemzésével és megoldásával foglalkozik. Az 1. feladat egy üzemanyagköltség kiszámolásával gondolkodtat el. A kutatásalapú tanulás algoritmusának első három lépése, a kérdésfelvetés, a tervkészítés és az adatgyűjtés tartozik a feladat megoldásához. A tankönyvi feladat az adatgyűjtés fontosságának megmutatására készült, ezen három lépés utáni lépésekre már nem kíváncsi. Ugyanakkor a tanárt ez nem tarthatja vissza attól, hogy a probléma megoldását végigcsináltassa a tanulókkal. Az adatgyűjtés eredményeit a diákok megmutathatják egymásnak (esetleg konkrét példákon, számításokon keresztül), és a leszűrt következtetéseket; valamint magát a feladat elvégzésének a folyamatát is megvitathatják egymással.

A kutatásalapú tanulás algoritmusának használatára egy közvetett alkalmazási példa a tizedikes tankönyv 16. fejezet 3. feladatának feldolgozása. A tanulók tanulási szokásaihoz hasonló problémákat vethetnek fel, és a kutatásalapú tanulás algoritmusainak lépéseivel dolgozhatják fel azt. A publikációnál persze fel lehet használni a tanóra anyagát, a grafikonok, diagramok készítését, ráadásul táblázatkezelő programok diagramkészítőivel gyorsan, sokféle, látványos grafikon állítható össze.

A tankönyvsorozaton belüli fokozatosság

A kilencedikes és tizedikes tankönyvek matematika részei a szakiskola két évére szólnak. A kilencedikes tananyag erősen épül az általános iskolában megtanult ismeretekre, összefoglalja, felidézi azokat, majd kibővíti, elmélyíti, új ismereteket ad hozzájuk. A két évfolyam tankönyveinek felépítése hasonló, de valamennyire eltér egymástól, figyelembe véve, hogy kilencedikben egy fejezet feldolgozására két óra, tizedikben viszont csak egy óra áll rendelkezésre.

A szövegértési és szövegalkotási képességek fejlesztésével az eredményes tanulásért

A tankönyvek egyes fejezetei az új ismeretekből sok esetben éppen annyit mutatnak be, hogy azok megértése a tanulók számára még megoldható kihívást jelentsen. Ilyen például a kilencedikes tankönyv 18. fejezetének első példája. A példa szövegének megértésekor felidéződik az értéktáblázat, a függvény, az értelmezési tartomány, az értékkészlet, az összetartozó értékpárok, a grafikon, a hozzárendelési szabály, az egyenlet, az algebrai forma fogalma, melyek értelmének ismerete nélkül a szöveg értelmezhetetlen lenne a tanulók számára. A szöveg hossza éppen megfelelő. Nem túl hosszú, nem veszi el a kedvét a tanulóknak a feladat elkezdésétől, de nem is rövid, a tanulók számára éppen megfelelő kihívás. A feladat szakszöveg része is megfelel a diákok ismeretszintjének. A tanulók a példa alapján már eléggé felkészültek több példa megoldására, amelyeknél a szövegekhez tartozó ábrák, kérdések és feladatok a lehető leghatékonyabb segítséget biztosítják.

A tankönyvben fellelhető példák és azok közös megbeszélése lehetőséget biztosítanak a tanár számára, hogy tudatosítsa a tanulókban (hiszen egyesek tudatosság nélkül alkalmazzák azokat) az értő olvasáshoz és a hatékony tanuláshoz általában szükséges szövegfeldolgozási technikákat, szövegfeldolgozási stratégiákat, a tudatosítás után pedig gyakoroltassa is azokat. Nagyon fontos, hogy a tanulók a szakszöveg megismerése közben foglalkozzanak azzal, hogyan olvasnak, szabályozzák az olvasásukat és azzal együtt a tanulási folyamatot! (Hasonló ez ahhoz, amikor a sportolót beavatja az edzője a feladat értelmébe, így a sportoló a feladat végrehajtása közben tudja kontrolálni, hogy megfelelően hajtja-e azt végre, és hogy a feladat kiváltja-e a megfelelő hatást. A sportoló érzi és nyomon követheti a fejlődést, így motivált, együttműködő lesz a feladat minél hatékonyabb végrehajtásában.) A magyar nyelv oktatásával együttműködve a tanulók használhatják az ott tanult szövegértési, szövegfeldolgozási stratégiákat, az átfutást, a jóslást, az előzetes tudás aktiválását, a szintézist, a szelektív olvasást. Felidézhetik a magyarórákon tanult szövegfeldolgozási módokat, adatkeresési technikákat is.

A példafeladatokon keresztül a tankönyvek a matematika műveltségterületre jellemző tartalmú és műfajú szövegeket biztosítanak a tanulók számára, amelyeket áttanulmányozva megértik ezeket a szövegeket, a közös megbeszélések során tudatosulnak bennük a szövegek megértéséhez szükséges olvasási módszerek és stratégiák, és ezeket rendszeresen tudják az új szövegeknél alkalmazni, gyakorolni.

A tankönyvek szövegeinek összetettsége, szakmai jellege, kifejezéshasználata, nehézségi foka viszonylag homogén, közepesen nehéz. Ez jó alkalom arra, hogy a tanulók érzékelhessék a tartalomhoz kötött szövegértési képességeik fejlődését, mivel a szövegeket egyre jobban, egyre könnyedebben értik meg. A tankönyvek többféle lehetőséget biztosítanak a szövegértési képességek fejlesztéséhez.

A tankönyvek tartalmaznak olyan feladatokat is, amelyek folyamatosan mintákat adnak a matematikatanároknak arra vonatkozóan, miként lehet összekapcsolni a tartalom megtanítását és a speciális szövegértési és szövegalkotási képességek fejlesztését. Az infografika tanítása során nemcsak a verbális közlemény megértése szerepel a kitűzött fejlesztések között, hanem például a vizuális kódfejtés, a kommunikáció és a reflektálás fejlesztése is.

A tankönyvek és a digitális tananyagok együttes fejlesztése

Amióta a számítástechnika és a kommunikációs technológiák fejlődésnek indultak, azóta az oktatási szakemberek kutatják, hogyan lehetne ezeket az eszközöket és megoldásokat a tanítás és a tanulási folyamatok szolgálatába állítani. A tankönyvek feladatainak egy része megkívánja a tanulóktól a ma már hagyományosnak számító IKT-s programok, szövegszerkesztő, táblázatkezelő, rajzoló, képkezelő, internetböngésző, prezentációkészítő stb. programok használatát, de a tanulói és a tanári kreativitás függvényében lehet használni a mobilszolgáltatásokat, új ingyenes programokat, a legális megosztó oldalakat is. A két tankönyvben szereplő tananyagok nem speciálisak, gyakorlatilag a világ összes országában tanítják őket, így szinte mindenhol fejlesztenek hozzájuk oktató programokat, oktatási anyagokat. Ezek általában az interneten keresztül elérhetők, és a tanórán vagy azon kívüli tanuláshoz is felhasználhatók. A tankönyvekkel párhuzamosan készültek új taneszközök, amelyek ösztönzik a korszerű kommunikáció tanítását és alkalmazását, valamint támogatják a tanítási-tanulási folyamatok személyre szabottságát.

A tankönyvek feladatai és a tankönyvek fejezeteihez készülő digitális tananyagok gyakorlati segítséget adnak ahhoz, hogy az internet a tanítás és a tanulás hasznos ismeretforrásává váljon a matematika tanulásakor.

A tankönyv nyomtatott és digitális változatában különösen nagy hangsúlyt kaptak a vizuális elemek. A tankönyvek különböző ábrái az elektronikus változatban különböző módon „életre is kelhetnek”.

II. A TANKÖNYV FELÉPÍTÉSE, A TÉMAKÖRÖK BEMUTATÁSA

II.1. A tanítás és tanulás eredményességét elősegítő eszközök és megoldások

Tartalmi egységek, témakörök, fejezetek egymásra épülése

A kilencedikes tankönyv a kerettanterv által az évfolyamban megkövetelt matematika-tananyagot 30 fejezetre bontja.

Az 1–4. fejezet tananyagai a gondolkodási módszerek tematikai egységéhez tartoznak. Az 1. fejezet áttanulmányozása és feladatainak megoldása megmutatja a tanulók számára a mindennapok és a matematika kapcsolatát, a matematika világmodellező módszereit. A 2. fejezet a matematika azon módszerével foglalkozik, amely szerint a világról alkotott modelleket egymásból logikusan következő állításokkal írja le, vagyis témája a logika. A 3. fejezet a körülöttünk lévő dolgok csoportosításával foglalkozik, vagyis a halmazokkal. A 4. fejezet speciális halmazokkal, a számhalmazokkal ismerteti meg a tanulókat.

Az 5–13. fejezet tananyagai a számtan, algebra tematikai egységhez tartoznak. Az 5. és 6. fejezet a racionális számokkal végezhető műveleteket és a műveletek legfontosabb tulajdonságait ismétli át és gyakoroltatja a tanulókkal. A 6. fejezetben kerülnek terítékre a prímszámok, az oszthatósági szabályok és a kerekítés szabályai is. A 7. fejezetben a négyzetre emelés (mint hatványozás) és a gyökvonás szabályainak tárgyalása és gyakoroltatása a kitűzött cél. Szóba kerül a műveletek sorrendje is. A 8. fejezetben a négyzetre emelés kibővítését, az egész számokkal történő hatványozást tekinti át a tankönyv. A hatvány már lehet 1, 0, -1, -2 stb. is. A normálalakú számok használata a nagyon nagy és a nagyon kicsi számok felírására alkalom. A 9. fejezet a mennyiségek törtrészével, az aránnyal és az arányos osztással foglalkozik. A 10–11. fejezet folytatja a 9. fejezetben elkezdett folyamatot: a százalékszámítást ismétli át. Vagyis a százalékértéket, a százaléklábat és az alapot kell kiszámolni. A 11. fejezet 15 darab nagyon tanulságos százalékszámításos feladatot vesz át. A 12. fejezet a problémák általánosításának matematikai módszerét tanulmányozza. A fejezetben megjelennek a betűs kifejezések, valamint azok átalakításai és a képletek. A 13. fejezetben alkalmazzuk az előző fejezetben tanult szabályokat, így az egyszerűbb egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásai a tananyag.

A 14–15. fejezet tananyagai a gondolkodási módszerek tematikai egységhez tartoznak. A 14. fejezet a különböző mennyiségek és adatok közötti kapcsolatok, azok időbeli változásának szemléltetésével, a diagramokkal foglalkozik. A 15. fejezet a diagramokat felhasználó tudományággal, a statisztikával ismerteti meg a diákokat. Szóba kerül az adatgyűjtés, a mintavétel és a hibalehetőségek tanulmányozása is.

A 16–19. fejezet tananyagai a függvények, sorozatok tematikai egységhez tartoznak. A 16. fejezetben a derékszögű koordináta-rendszerrel kapcsolatos, a 17. fejezetben a függvényekkel kapcsolatos fogalmakat ismételhetjük át. A 17. fejezetben újra szóba kerül a halmaz fogalma. A 18. fejezet a változó mennyiségek közötti egyszerű kapcsolatokat vizsgálja meg, az egyenes és a fordított arányosságot. A 19. fejezetben az egyenes arányosság bővebb családja, a lineáris függvények a téma.

A 20. fejezet tananyaga a gondolkodási műveletek tematikai egységhez tartozik. A fejezet néhány problémamegoldási módszert tárgyal: a próbálgatást, a táblázatba rendezést, a következtetést, a grafikus ábrázolást és az egyenlettel való megoldást.

A 21–22. fejezet tananyagai a függvények, sorozatok tematikai egységhez tartoznak. A 21. fejezet a számtani, a 22. fejezet a mértani sorozattal kapcsolatos ismereteket taglalja. A számtani és mértani sorozatnál is a követelmény része az általános tag, az első n tag összegének és az adott tag, a két szomszédos tag megfelelő közepe összefüggés. A 22. fejezetben még a kamatos kamat számítása is megbeszélésre kerül.

A 23–29. fejezet tananyagai a geometria alapjai tematikai egységhez tartoznak. A 23. fejezet a geometriával kapcsolatos legfontosabb fogalmakat ismétli át. Itt a szögfajták és a hosszal, területtel, térfogattal kapcsolatos mértékegységek kapnak kiemelkedő figyelmet. A 24. fejezet a sokszögeket érinti, és a háromszöggel kapcsolatos fontosabb ismereteket tekinti át alaposabban. A belső szögek összege száznyolcvan fok. Meghatározásra kerül a külső szögek, a magasságvonalak, a magasságpont és a háromszög kerületének és területének a kiszámolása. A 25. fejezet tárgyalja a Pitagorasz-tételt. A 26. fejezetben a speciális négyszögek meghatározásai és a legfontosabb tulajdonságai a téma. A kör részei, területe és kerülete a 27. fejezet tárgya. A 28. fejezetben a térgeometria fontosabb testeinek felszíne és térfogata kerül kiszámításra. A tárgyalt testek: a hasáb, a kocka, a téglatest, a henger, a gúla, a kúp és a gömb. A 29. fejezet a hasonló és egybevágó síkidomokkal tanultak átismétlésére alapozva gyakorlati példákon keresztül tanulmányozza a geometriai transzformációkat. Az eltolás kapcsán kerül sor a vektorok tárgyalására.

A 30. fejezet tananyaga a gondolkodási módszerek tematikai egységhez tartozik. A fejezet véletlen jelenségek törvényszerűségeivel, a valószínűség-számítással foglalkozik.

A tizedikes tankönyv a kerettanterv által az évfolyamban megkövetelt matematika tananyagot 30 fejezetre bontja.

Az 1–10. fejezet tananyagai a gondolkodási műveletek tematikai egységhez tartoznak. Az 1. fejezet a logikus gondolkodással foglalkozik, a helyes gondolkodásmód, a megfelelő következtetések kialakításával, a nyelvi kifejezések helyes használatával. A 2. fejezet folytatja az 1. fejezetben megkezdett folyamatot, a következtetéseket tárgyalja, valamint a tétel bizonyításával, a tétel megfordításával foglalkozik. A 3. fejezet a problémamegoldást veszi elő újra, a szöveges feladatok elemzését és megoldását tanulják meg ennél a résznél a tanulók. A 4. fejezet a halmazokat, a halmazműveleteket, a Venn-diagramot, a számhalmazokat veszi elő. Az 5. fejezetben a játékokkal kapcsolatos matematikai kérdésekkel foglalkoznak a tanulók. Előkerül a HEX játék, a snóbli, a kétkarú mérleg, a kavicskupacos játék és még sok egyéb nyerő stratégiát igénylő játék is. A 6. fejezetben a játékokon keresztül, vagyis játékos formában tanulmányozzák a tanulók, hogy mikor éri meg együttműködni, és mikor hasznos a versengés. A 7. fejezet anyaga szorosan épül a 3. fejezet anyagára, azt tanulmányozza, hogyan hasznosíthatók az eddig tanultak különböző gyakorlati problémák megoldására. A fejezetet áttekintve kirándulást megszervező projektfeladat vár a tanulókra. A 8. fejezetben a kombináció, a variáció, a gráf fogalma vezeti be a diákokat a véges matematikába. A 9. fejezet újra előveszi a valószínűség-számítás témakörét, az adott esemény valószínűségét a kedvező elemi események számának és az összes elemei események számának hányadosával számítja ki. A 10. fejezet hétköznapi statisztikai számításokra mutat sok példát, végül a nyári olimpiák történetével kapcsolatos adatokat kell elemezni.

A 11–13. fejezet tananyagai a számtan, algebra tematikai egységhez tartoznak. A 11. fejezet az algebrai kifejezésekkel kapcsolatos ismereteket ismétli, a képletekkel való munkával és az egyenletek megoldásának mikéntjével foglalkozik. A 12. fejezet címe Kalkulálj, becsülj, számolj!, ennek megfelelően hétköznapi vásárlásokkal kapcsolatos problémák tanulmányozása során a kalkulálás, a becslés és a számolás válik fontossá. A számtan, algebra tanulmányozása során végül a 13. fejezetben geometriai problémák megoldásának algebrai vonatkozása kerül terítékre. Fontos rész, mert ebben a fejezetben jönnek elő a szögfüggvények.

A 14–23. fejezet tananyagai a függvények, sorozatok tematikai egységhez tartoznak. A 14. fejezet a banki ügyletek világába vezeti be a diákokat. Ismét szóba kerül a kamatos kamat számítása, a kölcsönök törlesztőrészlete is, valamint témává válik a pénzváltás. A 15. fejezetben az üzemeltetési költség (rezsi) kiszámolása az alapfeladat. A fejezet vége projektfeladat. A 16–17. fejezet egy-egy felmérés eredményének szemléltetésére, az adatok közötti kapcsolatok megjelenítésére szolgáló grafikonokkal és diagramokkal foglalkozik. A 18. fejezet a szöveges feladatok megoldásával, a szövegek értelmezésével ismerteti meg a diákokat, együttműködve az ábrázolt grafikonok elemzésével. A 19. fejezetben bővülnek a tanulók függvényekről alkotott ismeretei, különös tekintettel a függvények képlettel, grafikonnal és halmazábrával történő megadására. A 20. fejezet a függvények mindennapi alkalmazásával, a 21. fejezet a lineáris és nem lineáris (másodfokú függvény, abszolútérték-függvény) függvényekkel, függvénytranszformációkkal foglalkozik. A 22. fejezet folytatja az arányossággal kapcsolatos tanulmányokat, feleleveníti az egyenes és fordított arányosságokkal kapcsolatos tudnivalókat gyakorlati példákon keresztül. Az aránypárral való számolás is ebben a fejezetben kap hangsúlyt. A 23. fejezet átismétli a sorozatokról tanult ismereteket, áttekint néhány gyakorlati problémát ebből a témakörből, valamint projektfeladat elvégzését javasolja.

A 24–30. fejezet tananyagai a geometria alapjai tematikai egységhez tartoznak. A 24. fejezet a háromszögekről, négyszögekről, sokszögekről tanult ismeretek ismétlésével foglalkozik. A 25. fejezetben újra terítékre kerülnek a geometriai transzformációk és a vektorok, valamint a vektorok összeadása és kivonása. A 26. fejezetben a könyv a hasonlóság alkalmazására vesz elő néhány gyakorlati példát, feladatot. A 27. fejezet az egyszerű testekkel és a szabályos testekkel foglalkozik, felidézi a neveiket, csoportosítja őket. A 28. fejezet a vetületi ábrázolások közül tekint át néhányat. A 29–30. fejezet a mindennapok geometriájából szemezget néhány feladatot, ismétlés gyanánt. A 29. fejezetben a lakásfelújítással kapcsolatos számolások szerepelnek. A 30. fejezet a hétköznapi testek térfogatának kiszámolásával foglalkozik, valamint egy záró projektfeladatot kínál fel. Az utolsó két fejezet új tananyagot már nem vesz, ezért ha a képzés során időzavarba kerülünk, akkor tanításuk nyugodt lélekkel kihagyható.

A tankönyvi fejezetek és leckék szerkezete és alkotóelemei

A tankönyvek anyaga az általános iskolai matematikai tanulmányokra épül, az azt meghaladó ismereteket, vagyis az új tananyagot elmagyarázza, elméleti ismertetőt, példafeladatot kínál, illetve a mindennapi életből vett példákkal, feladatokkal hívja fel a tanulók figyelmét az új rész gyakorlati hasznosságára. A két évfolyam közismereti tankönyvei öt tantárgyat foglalnak magukban, ezek közül második a matematika.

A kilencedikes tankönyv elején található a tanulóknak szóló levélszerű leírás. A tankönyv mind szerkezetében, mind szemléletében eltér a korábban használt könyvektől. Célja, hogy elősegítse a tanulók eredményes szakmatanulását, a műveltségük bővítését, a személyiségük gazdagodását. A tankönyvek fontos célja még az is, hogy a tanulók a tanórákon átéljék az egyéni és a közösségi tanulás örömeit. A kötet lehetővé teszi a problémák megoldása során a tantárgyi határok átlépését, egy-egy kérdés több oldalról való megvizsgálását, az átfogó kép kialakítását. A tankönyv átdolgozott változat, mely figyelembe vette a könyvet használó tanárok és tanulók véleményét. Minden műveltségi területhez tartozik egy-egy munkafüzet is, a témák alaposabb és elmélyültebb megértése végett. A digitális tananyagok támogatják a tanulást.

A bevezető rész tartalmazza még a jelölés rendszerének leírását:

A leckék elején az adott tantárgy színével, ez matematika esetén a piros, kiemelt bevezető segíti az előzetes ismeretek felelevenítését.

A lecke főszövege tartalmazza a megtanulandó törzsanyagot. Ez a rész nem minden matematikafejezetben található meg. A főszövegben a fontosabb ismertetők, fogalmak vastagított betűvel íródtak.

Szürke hátterű részben találhatók a tananyag feldolgozását, megértését segítő kérdések és feladatok.

A tantárgy színével megegyező betűvel további magyarázatok, rávezető kérdések, történeti vonatkozások segítik a tananyag megértését. A matematika esetében a saját szín a piros lenne, de érthető okokból inkább a barna helyettesíti ezt.

A narancssárga keretben a fontos fogalmakat, szabályokat olvashatja a tanuló.

Világosbarna háttérrel a törzsanyaghoz szorosan kapcsolódó kiegészítő szövegek segítik a tárgyalt téma jobb megértését.

A kék hátterű rész a projektfeliratokat jelzi.

A fejezet végén az Összegzés a tantárgy színével színezett fülön található. A világosbarna háttéren a lecke ismereteinek rendszerzését, összegzését, kiegészítését továbbgondolásra ajánlott, gondolkodtató vagy ráadás (a kerettanterven túlmutató) feladatok segítik. Itt találhatják azoknak a leckéknek a számát a tanulók, amelyek kapcsolódnak a témához. A számok természetesen a közismereti tantárgy színével megegyező fülön találhatók.

A feladatok sorszámának háttere piros színű kör, míg a szám színe fehér.

A kilencedikes tankönyv matematika tantárgyát egy modern vízóra fényképe vezeti be, és idézetként a *Gyilkos számok* című filmsorozatból egy részlete szerepel. A részlet arról szól, hogy a matematika mindenütt jelen van.

Minden fejezet a könyv kinyitásakor együtt látható dupla oldalon helyezkedik el. A piros vonallal elválasztott fejléc fontos információkat tartalmaz. A fejezet sorszáma mindig 2. (fejezet sorszám) alakban jelenik meg, mert a matematika a 2. tantárgy a könyvben. A fejezet címe mindig pontosan megmutatja, mi lesz a téma, illetve szerepel a tematikai egység rövidített neve, valamint a tematikai egység jele a bal és jobb felső sarokban. (Természetesen mind a négy jel piros alapon található, hogy segítse a fejezet keresését. Képletrészletek: 1. Számtan, algebra. Izzólámpa: 2. Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika, valószínűség, statisztika. Sakkfigura: 3. Függvények, sorozatok, egyenletek, algoritmus. Épületrészlet: 4. A geometria alapjai.)

Minden oldal két hasábra tördelt, így egy fejezet összesen négy hasábból áll. A belső hasábok kicsit szélesebbek, ezek tartalmazzák a törzsszöveget, a feladatokat és a példafeladatokat, a szélső hasábok pedig az ábrákat, a kiegészítő információkat. Néhány ábra vagy információ (Bevezető, Ráadás) teljes lapszélességű.

A 30. lecke után forrás és képjegyzék található.

A tizedikes tankönyv elején előszó szerepel, amely a tanárkollégákhoz és külön a diákokhoz szól. A tanárok számára szóló részből kiderül, hogy a kísérleti tankönyvek korábban kipróbálásra kerültek, és a kötetek fogadtatása kedvező volt, de a korábban nem alkalmazott tartalmi elemek megjelenése sok helyütt számos problémát okozott. Ezért készültek a kötetekhez tanmenetek és tanári módszertani kézikönyvek. Többek között a párhuzamos időgazdálkodás megvalósítása miatt nagyon fontos, hogy a közismereti programban szerepet vállaló kollégák aktívan és intenzíven vegyenek részt a szakmai együttműködésben.

A tanulóknak szóló részben olvasható, hogy a tankönyv szerkezete megegyezik a kilencedikes könyv szerkezetével, a tankönyvben a heti 1 órában tanult közismereti tantárgyak anyagai szerepelnek. Itt került leírásra, hogy a közismeretei tantárgyak, köztük a matematika célja: a megszerzett készségek és kompetenciák segítségével támogassa a szakmák eredményes elsajátítását, valamint bővüljön a tanulók általános műveltsége, és gazdagodjon a személyiségük.

A bevezető részben szereplő példa-jelölésrendszer megmutatja, hogy a tizedikes tankönyv szerkezeti felépítése megegyezik a kilencedikes tankönyvével.

A tizedikes tankönyv matematika tantárgyának a bevezetője szintén tartalmaz egy rövid üzenetet a kollégák és a diákok számára.

A tanároknak szóló részben olvasható, hogy a könyv a kerettantervhez szigorúan igazodva a lehető leggyakorlatiasabban adja át az elsajátítandó ismereteket. A tankönyv és a munkafüzet feladatai meghaladják a heti 1 órában feldolgozható mennyiséget, ezáltal lehetővé téve, hogy a tanár a tananyagot a diákcsoport érdeklődési köréhez, előképzettségéhez igazítsa. Szóba kerül a négy kerettantervi témakör, mint tagolási szempont. A valószínűség-számítás nem a tankönyv végére került. A két utolsó fejezet új tananyagot nem tartalmaz, geometriai gyakorlati problémákat tárgyal, úgyhogy tetszés szerint elhagyható. A tankönyv hangsúlyt fektet a tanári magyarázatokra, több közös megbeszélésre kitűzött feladat is van. A kiadvány a kilencedikes tananyagra épül.

A diákoknak szóló rész felhívja a diákok figyelmét, hogy a tankönyv gyakorlati példákat mutat be, egyes fejezetek kifejezetten ilyen gyakorlati problémakörök köré épülnek. A tananyag figyelembe veszi a mindennapi életben és a különböző szakmákban felmerülő kérdéseket. A bevezető megemlíti, hogy a fejezetben sok feladat található, valamint a gyakorlatiasságot hangsúlyozandó kevés a leckékben a definíció. Az esetleges önálló munkát mintapéldák segítik. A könyv épít az órai munkára, a közös megbeszélésre. Az órai munkát komolyan véve, olyan tudásra tehetnek szert a tanulók, hogy az segíti őket az életben és a munkában való tájékozódásban. A könyv szerzője megkéri a tanulókat, hogy mindenképpen a füzetbe dolgozzanak, és a konkrét számolásokhoz használjanak számológépet, a becsléseket pedig fejben végezzék el.

A matematika rész végén, mint a többi tantárgyról szóló rész végén is, forrás- és képjegyzék található.

A tankönyv feladattípusai és grafikai eszközei

A két tankönyv egyenként 30 fejezetet tartalmaz, a kilencedikes tankönyv fejezetenként átlagosan 8 látványelemmel (kép, ábra, táblázat), a tizedikes pedig 6 látványelemmel. Ha hozzávesszük még a könyv színkódolását, akkor számokkal is igazolható, ami a tankönyv lapozása feltűnhet, hogy a tankönyv rendkívül színes, figyelemfelkeltő, a 14-15 éves tanulók számára izgalmas és érdekes. A táblázatok és ábrák mind egy szálig a szöveghez tartoznak, a törzsszöveg vagy a feladat szövegének könnyebb megértését szolgálják. A képek is didaktikusak, csak elenyésző részükre jellemző, hogy díszítésként szerepel. A táblázatok, folyamatábrák is a modern grafikai megoldásokkal készültek, sokszínűek, térbeliek, komponáltságukkal sokszor az infografika igényességével bírnak. A tankönyv fantázianövelő értéke, hogy az ábrák, grafikonok, táblázatok nem egységes kinézetűek, sokféleségük példamutató, a tanulókat ugyanolyan jellegű munkák eltérő megoldására sarkallja.

A kilencedikes tankönyv matematika része fejezetenként átlagosan 9 feladatot tartalmaz, a tizedikesé több mint 5-öt. A munkafüzetek feladatait hozzávéve a tankönyvek feladataihoz, számokkal igazolható, hogy az egy fejezetre jutó 2, illetve tizedikben 1 óra csak a feladatok szisztematikus megoldásával bőven kitölthető. Éppen a feladatbőség indokolja az órára való készülést, az adott csoport számára legmegfelelőbb feladatcsokor előzetes kiválasztását.

A két tankönyvben lévő, összesen 444 feladat roppant változatos. Szerepel közöttük egyénileg megoldandó, páros munkát igénylő, közös megbeszélésen alapuló, valamint egyéni vagy csoportos projektfeladat egyaránt. A válaszolási módok is megmozgatják a tanulókat. Vannak egyszerű eldöntendő kérdések, hosszabban kifejtendő választ igénylő kérdések, teszt típusú példák, párosító feladatok, vagy grafikonokat kell készíteni, grafikonokról elemezni.

A kézikönyv a hely szűke miatt nem tartalmazza az összes feladat megoldását. A feladatok egy részének könnyű és egyértelmű a megoldása, ezeket mellőztük a kézikönyvben. A feladatok másik részének sokféle megoldása lehet, ezeknél tettünk megoldási javaslatokat, vagy útmutatót adtunk a következő részben.

II.2. A tankönyv nagy témakörei tankönyvenként elkülönítve

A kilencedikes tankönyv

2.1. Matematika az életünkben

Elméleti bevezető

Az első matematikafoglalkozások lehetőséget adnak a szaktanári elvárások megbeszélésére, az éves munkamódszer kialakítására. Amennyiben sikeresen megbeszéljük a tanulókkal, hogy „Miért érdemes matematikát tanulni?”, úgy feltehetően motiváltak lesznek, egyre ritkábban fordul majd elő, hogy egy-egy nehezebb tananyagnál kitör a tanulókból: Minek ez, mikor fogom én ezt az életben használni? A kérdés valahol jogos lehet: Miért érdemes matematikát tanulni? A jól sikerült foglalkozásvezetés a matematika tanulása iránt motivált, érdeklődő gyerekeket eredményezhet.

Az emberiség a felhalmozott ismereteit tudományágakba csoportosítja. A különböző tudományokban való jártasság az általános műveltség része. A matematika is egy tudományág, így eredményeinek, módszereinek, kutatási irányainak ismerete elvárható egy átlagos műveltségű embertől is.

A matematika egyszerűen érdekes, a játékokhoz hasonlóan. A tanulmányozott struktúrák saját szabályrendszerrel rendelkeznek, melynek ismeretében izgalmas problémák vethetők fel és oldhatók meg. A matematikai problémák megoldhatók egyedül, párban, de sok esetben csak több ezer matematikus összefogásával, és akkor sem garantált a siker. Néhány probléma megoldásához még papír sem szükséges, más problémák (mint például egy-egy CERN projekt) megoldásához hatalmas világméretű számítógép-hálózat szükséges.

Készség szintjén is megmutatkozik, ha valaki tanult matematikát. Ha a sportoló edzés közben megerősödik, az erejét az élet legváratlanabb helyzeteiben is fel fogja tudni használni. Ha valaki jó matematikából, banki ügyleteit számon tudja tartani, vásárláskor nem lesz gondja, a lakásfelújítással kapcsolatos számolások sem viselik meg, valamint a közéleti és gazdasági kérdésekben is igazságot tud tenni vagy dönteni tud egy kis utánaszámolással.

Az életünk során állandóan problémákba ütközünk, egy részüket meg tudjuk oldani, más részük számunkra megoldhatatlan, ezért az adott problémában jártas szakértőkhöz fordulunk. Sok esetben a probléma felismerése, illetve a megoldásához szükséges szakértők megtalálása maga a probléma.

A probléma olyan helyzet, amelyben a cél eléréséhez szükséges út rejtett. A problémamegoldás során ezt az utat keressük meg.

A problémamegoldás alapvető lépései.

1) A cél pontos meghatározása;

2) a megoldás számára fontos adatok begyűjtése, rendszerezése;

3) a megoldási lehetőségek és a velük járó lehetséges következmények számbavétele;

4) a leghatékonyabbnak tűnő megoldás kiválasztása.

A foglalkozás során ezeket a lépéseket különböző problémák megoldásának megtervezésén keresztül érintjük.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Miért van értelme matematikát tanulni? Csoportfoglalkozás.
A matematika szerepe az egyes gazdasági szektorokban: Háztartások, vállalkozások, állam, bankrendszer. (Tk. 1-2. feladat)
Hétköznapi ügyek lépésekre bontása. (Tk. 4-5. feladat.)
Matematikai problémamegoldás lépései. (Tk. 69. oldal szürke példa, tk. 6. feladat)
Gyakorlás (Fgy. 1-6.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A foglalkozás lényege a kedvcsinálás, ezért a nem túl szerencsés tanulói ötletek esetén is inspiratív lehet a pozitív tanári visszajelzés. Ebben a korban a tanulók könnyen egymás szemére vethetik vélt vagy valós hibáikat, ezért a tanárnak ügyelnie kell arra, hogy a megjegyzések csak a mondanivalóra korlátozódjanak, a személyre, személyiségre semmiképpen sem.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.2. Logika

Elméleti bevezető

A foglalkozás jó átmenet a kezdeti könnyedebb és a későbbi, több erőfeszítést, következetesebb figyelmet és munkát igénylő tananyagrészek között. Az állítások igazságtartalmával foglalkozik, előkészíti a függvények és a matematikai kifejezések értelmezési tartománya fogalmának megértését, valamint az egyenletek megoldáshalmazának megkeresését.

Az állítás olyan kijelentő mondat, amelynek igazságtartalma egyértelműen eldönthető. A „Szép idő van.” szubjektív, az ablakon kinézve nem egyértelműen dönthető el, hogy az állítás igaz vagy sem. Az „Ez egy matematika-tankönyv.” állítás igazságtartalma viszont egyértelműen eldönthető. Persze néhány „kekeckedő” tanuló hozhat extrém ellenpéldákat. Nem érdemes haragudni rájuk, mert ezek a példák arra jók lehetnek, hogy a fogalomalkotás nehézségeire felhívják a figyelmet. A tanulás egyik fontos feladata a fogalmak egyre mélyebb megértése. A számfogalom kialakítását ne a komplex számokkal kezdjük, annak ellenére, hogy úgy lenne igazán precíz.

Csak egyszerűbb állításokat tagadunk. Fontos felhívni a tanulók figyelmét arra, hogy mely mondatrészek a tagadandók. Például „Tegnap moziban voltam.” állítás két állítást tartalmaz: „moziban voltam”, valamint „tegnap” voltam ott, nem pedig tegnapelőtt. A megfelelő állítások tagadása esetén a két lehetséges tagadás, hogy „Nem tegnap voltam moziban.” vagy „Tegnap nem moziban voltam.” (A harmadik lehetőséget, a verssornak ható Tegnap voltam és moziban voltam.” állítás tagadását a „Nem tegnap voltam vagy nem moziban voltam.” állítást csak órán kívüli foglalkozáson, és csak érdeklődőknek érdemes szóba hozni.)

Az állításokat összekapcsolhatjuk „és” vagy „vagy” szavakkal. Ez az anyagrész az informatikai ismeretek alapját képezi. Elkészíthetjük a Boole-algebrából megismert ábrákat is, de elegendő lehet annak közlése, hogy „és” esetén az állítás csak akkor igaz, ha mind a két állítás igaz, „vagy” esetén az állítás csak akkor hamis, ha mind a két állítás hamis. (Fontos lehet, hogy bizonyos tanulók érzik a megengedő és a kizáró „vagy” közötti különbséget. Érdemes felkészülnünk az ő észrevételeikre.)

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra. A foglalkozás felépítése logikus, az anyagrészek egymásra épülnek.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
A valóságról megfogalmazott állításokkal foglalkozik a logika.
Állítások igazságtartalma. (Tk. 70. oldal szürke példa, tk. 1–2. feladat)
Az állítás tagadása (Tk. 3–4. oldal)
Állítások összekapcsolása „és” vagy „vagy” szavakkal. (Tk. 6–7. feladat)

Ha-akkor típusú mondatok. (Tk. 8–9. feladat)
Gyakorlás (Fgy. 1–6.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.3. Halmazok

Elméleti bevezető

A tanulók általában jól fogadják azt, hogy a halmaznak a ponthoz, egyeneshez, síkhoz hasonlóan nincs definíciója, alapfogalom. A kétkedők számára mondhatunk például olyat, hogy a halmaz a dolgok csoportosításának egyik módja. A lényeges tudnivaló, hogy akkor adott egyértelműen a halmaz, ha bármiről egyértelműen eldönthető, hogy a halmaznak eleme-e vagy pedig nem. Ez a gondolat szépen passzol az előző fejezet gondolatához, hogy szubjektív kijelentő mondat nem lehet állítás. (Egy autóról nem lehet eldönteni, hogy a szép autók csoportjába tartozik-e vagy sem. Mindenkinek más lehet a véleménye, ezért a szép autók csoportja nem halmaz.)

A halmaz elemek általi meghatározottságából szépen levezethető és a tanulók rendesen megértik a megadási módját (felsorolás, szöveges leírás, számhalmazforma, Venn-diagram, intervallum stb.), a halmazok egyenlőségét (számjegyek halmaza, 10-nél kisebb természetes számok halmaza), a részhalmaz fogalmát, a halmazok elemszámát, a halmazműveletek által keletkezett halmazokat.

A halmazokkal néhány fogalom és művelet nagyon egyszerűen és érthetően jelenik meg a tankönyv 72–73. oldalán, a barna keretekben.

Informatikai irányba gondolkodó tanulók számára hangsúlyos lehet, hogy a halmazok megadásánál nem számít a sorrend, és egy elem csak egyszer szerepelhet.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra. A halmazokkal kapcsolatban elsajátítandó ismeretek felépítése logikus, egymásra épülő.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Mely csoportok halmazok, melyek nem? (Tk. 1. feladat)
Venn-diagram, halmazműveletek. (Tk. 2. feladat, tk. 72. oldal szürke példa)
Csoportos feladat (Tk. 3. feladat)
Fogalommegismertető feladatok. (Tk. 4–6. feladat)
Logikai szita (Tk. 7. feladat)
Gyakorlás (Fgy. 1–5.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Érdemes sok Venn-diagramot rajzoltatni, fejleszti a halmazokkal kapcsolatos szemléletet, elmélyülnek általa a halmazokkal kapcsolatos fogalmak. A logikai szitás alkalmazást különösen kedvelik a tanulók.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.4. Számok, számhalmazok

Elméleti bevezető

A fejezet átvezeti a tanulókat a halmazfogalomból a racionális számokkal (közönséges törtekkel) végzett műveletekhez. Az általános iskola matematikaóráin spirális tanmenettel egyre jobban elmélyült az egész szám fogalma, és általa érthetővé váltak a természetes, páros, pozitív stb. számok halmaza közötti különbségek. Az osztás révén érthetően megjelentek a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek, a racionális számok.

Az irracionális számok fogalma nem sok esélyt kap az elmélyülésre. A végtelen nem szakaszos tizedes tört a hétköznapi életben nem jelenik meg. A számológépben még a pí (π) is csak egy hosszú véges szakaszos tizedes törtként látszik.

A fejezet jó alkalom a halmazoknál tanultak gyakorlására.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra. Az foglalkozás a természetes számoktól indul, és a megszokott logika mentén az irracionális számokig jut.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Bevezető feladatok. (Tk. 1. feladat)
Természetes számok (Tk. 2–6. feladat)
Egész számok. (Tk. 7–10. feladat)
Racionális számok. (Tk. 11–13. feladat)
Irracionális számok, valós számok. (Tk. 14. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–11.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A tananyag lehetőséget nyújt a tanulók kutató munkájára, kiselőadások tartására. Érdekes téma a 0 fogalmának kialakulása, a számírás története, a társadalom világszemléletének hatása olyan hétköznapinak tűnő fogalmak alakulására, mint a számírás.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.5. Műveletek racionális számokkal I.

Elméleti bevezető

A fejezet az általános iskolában tanult és a számhalmazoknál részben átismételt közönséges törtekkel végzett műveletekről szól. Felhívja a figyelmet arra, hogy az egész számok körében végzett összeadás, kivonás és szorzás eredménye szintén egész szám, de az osztás eredménye már nem feltétlenül egész szám, közönséges tört alakban írható szám lesz. A két egész szám hányadosaként felírható számokat nevezzük racionális számoknak. Itt érdemes megjegyezni, hogy az egész számok „per egy” kiegészítéssel közönséges tört alakba írhatók (pl. $-3=\frac{-3}{1}$, $0=\frac{0}{1}$ stb.).

Hívjuk fel a tanulók figyelmét arra, hogy bár a közönséges tört alaknak végtelen alakja lehet, azt az alakot fogadjuk el, amelyben a számláló és a nevező egész szám, de tovább már nem egyszerűsíthető, mert ilyen alak nincs több. (Érdeklődő gyerekeknek lehet jelezni, hogy a hatványkitevő is lehet közönséges tört, és ebben az esetben az $(-8)^{1/3}=-2$ és $(-8)^{2/6}=2$ nem ugyanahhoz az eredményhez vezet.) Az eredményt mindig egyszerűsíteni kell, ha pedig az egyszerűsítés után egész szám jön ki, akkor a per egyet nem írjuk ki.

A tanulókat biztassuk arra, hogy a munkafolyamat során írják ki az egyes tényezőket, osztókat, és csak a végeredmény „publikálásakor” használják a matematika egyszerűsítő írásmódját. Ez később a többtagú kifejezések kezelésénél, például a zárójelek felbontásánál is nagyon hasznos lehet.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra. A fejezet felépítése hagyományos, definiálja a közönséges tört alak részeit, a közönséges tört szemléletes jelentését, a tizedes törtekhez fűződő viszonyát, a számegyenesen való ábrázolását, a köztük lévő (kisebb, nagyobb, egyenlő) viszonyokat, valamint a közönséges törtekkel végezhető műveletek egy részét (ellentett, reciprok, bővítés, egyszerűsítés). A fejezet gyakorlatilag új fogalmat nem vezet be.

Mint ahogy a tankönyvi példákon keresztül is látni lehet, a közönséges törtekkel való műveletvégzés a hétköznapi matematika alapvető része, az arányoknál, a szöveges feladatok egyenleteinek felírásakor és az egyenletek megoldásánál rendszeresen szükség van rájuk.

Ajánlott feldolgozási mód

Összefoglaló az egész számok közötti műveletekről, műveleti sorrend, zárójel használata. (Tk. 1–3. feladat)
Az osztás kivezet az egész számok köréből, racionális számok definíciója, a közönséges tört alakjának részei. (Néhány gyakorló feladat, a tört ellentettje és tört reciproka közötti különbség megmutatására.)
Kapcsolat a tizedes törtek és a közönséges törtek között. Tizedes törtek átalakítása közönséges tört alakba. (Tk. 4–6. feladat)

A számológép használata, pontos érték és kerekített érték közötti különbség. (Némelyik számológép meg tudja adni mind a két értéket.) A kerekítés szabályai. (Fgy. 1.)
Törtek bővítésének és egyszerűsítésének szabályai. (Tk. 10–12. feladat)
Közönséges és tizedes tört jelölése számegyenesen. A számegyenes skálázása. Törtszámok leolvasása számegyenesről. (Tk. 7–8. feladat)
A törtszámok egymáshoz képesti viszonya: kisebb, nagyobb, egyenlő. (Tk. 9. és 13. feladat, Fgy. 2.)
Vegyes feladatok. (Fgy. 3–10.)
Házi feladat: A feladatgyűjtemény feldolgozásra nem került részének önálló vagy csoportos megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

Mivel a fejezetben tárgyalt fogalmakat elvileg tanulták már a diákok, a tananyagrészek tetszés szerint felcserélhetők. Mivel a tanulók gyakorlottsága különböző okok miatt eltérő lehet, az egyes anyagrészek kihagyását nem javasoljuk. Ha időnk megengedi, akkor a vegyes tört alak használatát is átismételhetjük, valamint megmutathatjuk a csak 2 és 5 prímhatványokat tartalmazó nevezőjű törtek felbővítéssel (10 hatványra bővíthető törtek) való átalakítását a közönséges törteknek tizedes tört alakjába. Végtelen szakaszos tizedes törtek.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.6. Műveletek racionális számokkal II.

Elméleti bevezető

A fejezet folytatja a racionális számok körében használt műveletek ismétlését. A fejezetben hangsúlyt kap a közönséges törtek közötti összeadás, kivonás, szorzás és osztás. A fejezetben tanultakra épül többek között a fizikafeladatoknál felírt egyenletek megoldása.

A tizedes törtek összevonása gyakorlatilag nagyon hasonlít az egész számok összeadására és kivonására, csak a számjegyek helyi értéknek megfelelő egymás alá írására kell figyelni.

A tizedes törtek szorzásánál a tizedes vessző mozgatásához szükséges tizedes jegyek összeszámolására kell ügyelniük a tanulóknak.

A tizedes törtek osztásánál két dolgot érdemes kihangsúlyozni a tanulóknak. Az első, hogy egy egész számnál az egyes helyi értékű számjegy után az egyszerűsítő írásmód miatt nem írjuk ki a tizedes vesszőt, de azért azt oda kell képzelni. A másik fontos dolog, hogy az osztást úgy kell bővíteni, hogy az osztó egész szám legyen, vagyis az osztandó és az osztó tizedes vesszőjét ugyanannyi helyi értékkel mozgatjuk jobbra.

A közönséges tört és egész szám összevonásánál – az előző fejezetben tanultaknak megfelelően – kiírjuk az egész szám nevezőjébe az 1-et. Így a közös nevező a közönséges tört nevezője lesz, az egész szám számlálóját pedig ezzel a nevezővel kell bővíteni. (Tipikusan egyszerűbb csinálni, mint leírni.) A két közönséges tört összevonásánál, ha a nevezők relatív prímek, vagy elég kicsi egész számok, akkor a közös nevező megtalálása viszonylag könnyű, és a diákok számára is hálás feladat. Ha időnk engedi, akkor érdemes összetettebb nevezőjű törteket is összevonni.

Az összetettebb nevezők legkisebb közös többszörösének megtalálásához a nevezők prímtényezős alakjára van szükség. A prímtényezős felbontáshoz az oszthatósági szabályok ismerete hasznos. Ebbe az anyagrészbe csak erős tanulói érdeklődés esetén menjünk bele részletesen!

Hívjuk fel a tanulók figyelmét arra, hogy a közönséges törtek szorzásánál és osztásánál nem kell közös nevezőre hozni a törteket! Jól működik a „számlálót a számlálóval, nevezőt a nevezővel szorozzuk" algoritmus. Valamint hangsúlyozzuk ki osztásnál, hogy az osztó reciprokával szorozzuk az osztandót!

Az előző fejezetnél érintett kerekítés jelen esetben összefoglalásra kerül. A kerekítést nagyon sokféleképpen értelmezik a tanulók. Érdemes egységesíteni. Csak azt a számjegyet kell figyelni, amelyik a kerekítendő számjegy előtt van. Ha az a 0, 1, 2, 3, 4 számjegy valamelyike, akkor lefelé kerekítünk, ha az 5, 6, 7, 8, 9 számjegy valamelyike, akkor felfelé kerekítünk. A továbbkerekítést általában jól értik a tanulók.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra. A fejezet felépítése logikus sorrendben adagolja a törtműveletekkel kapcsolatos ismereteket. Először tárgyalja az összevonást közönséges tört és egész szám között, majd két vagy több közönséges tört összevonása következik. Aztán jön a törtek szorzása és osztása.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Tizedes tört alakban megadott számokkal történő összeadás, kivonás, szorzás és osztás. (Tk. 7–8. feladat)
Közönséges tört alakban megadott számok közötti összevonás. (Tk. 7–8. feladat)
Összetettebb nevezőjű törtek esetén felmerül a legkisebb közös többszörös meghatározása és az oszthatósági szabályok tárgyalása. (Tk. 78. oldal világosbarna kiegészítés és szürke mintafeladat)
Közönséges törtek szorzása és osztása egész számmal és közönséges törttel. (Tk. 79. oldal szürke mintafeladatok. Tk. 4–5. feladat)
Kerekítés szabályainak megbeszélése. (Tk. 6. feladat. Tk. 79. oldal világosbarna kiegészítés)
Gyakorlás. A munkafüzet feladatait párokba szerveződve oldják meg a tanulók. (Tk. 1. feladat. Mf. 1–8. feladat)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Mivel ez a fejezet olyan anyagrészt tárgyal, amelyre a későbbiekben matematikai, természettudományos és az élet egyéb területein felmerülő számítások is épülnek, ezért nagyon fontos, hogy a tanulók jól értsék és magabiztosan alkalmazzák az algoritmusokat. Ezért érdemes párban dolgoztatni őket, ahol állandóan ellenőrzik egymás munkáját. Fontos a rendszeres visszacsatolás is.

Esetleg érdemes szorgalmi feladatlapokat is adni számukra, amelyeket beadhatnak, és plusz pontot is kaphatnak érte.

Sok számológép tud már törtekkel számolni. Érdemes lehet ezen számológépes alkalmazási lehetőségeket is gyakorolni.

Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.7. Négyzetre emelés, négyzetgyök

Elméleti bevezető

A négyzetre emelés bevezeti a hatványozást, valamint előkészíti a fejezet második nagy témakörét, a gyökvonás műveletét is. A gyökvonás állandó kísérője a matematikai problémák megoldásának, valamint a természettudományoknak.

A diákok a négyzetre emelést tanulták már az általános iskolában, azért érdemes egyeztetni különböző korábban tanult fogalmakat, azonosságokat, módszereket. Fontos hangsúlyozni, hogy a négyzetre emelés csak a nullához rendeli a nullát, a többi szám négyzetéhez pozitív számokat rendel. Érdemes tisztázni a négyzetszám fogalmát is.

A műveleti sorrendben a négyzetre emelés előkelő helyen van. Általános hiba szokott lenni, hogy a negatív számokat zárójel nélkül szokták a tanulók négyzetre emelni, pedig $-2^2 \neq (-2)^2$.

A négyzetre emelés azonosságai között szerepel a $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$ és a $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$.

A többi hatványozási azonosság még nem szerepel, majd a következő fejezetben kerül terítékre.

A tudományos számológép alapművelete a négyzetre emelés. Tanítsuk meg a használatára a tanulókat. A gyökvonás a négyzetre emelés inverz művelete, a számológépen általában egy gomb tartozik a két művelethez. A számológép a negatív szám gyökére hibaüzenetet küld. Annak megtárgyalása közben, hogy vajon miért nem ad konkrét értéket a számológép, rávezethetjük a tanulókat, hogy nincs olyan valós szám, amelynek négyzete negatív lenne. Közben a gyökvonás definíciója is értelmet nyer. A gyökvonás műveletével együtt jár a kerekítés. Beszéljünk róla, hogy hány értékes jegyre kerekítsék az eredményt a tanulók!

A fejezetben alkalmazásra kerülő gyökvonás-azonosságok: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.
Gyökvonás

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
A négyzetre emelés meghatározása. (Tk. 1–2. feladat)
A műveleti sorrendben a hatványozás előkelő helyen van. (Tk. 3. feladat)
A négyzetre emelés azonosságainak gyakorlása. (Tk. 5–7. feladat)
A gyökvonás fogalma. (Tk. 8. feladat)
Gyökvonás azonosságai. (Tk. 9. feladat)
Műveleti sorrend. (Tk. 10. feladat)
Gyakorlás. A munkafüzet feladatait csoportoknak osszuk ki. Pl. 1–3 feladatokat kapja az egyik csoport. 4–6. feladatokat a 2. csoport. 7–8 feladatokat a 3. csoport. 9–11. feladatot a negyedik csoport. A csoportok képviselői bemutatják a feladatok megoldásait. (Fgy. 1–13.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Szorgalmi feladatnak kitűnő a háromszögszámok interneten történő keresése. Érdemes felhívni a tanulók figyelmét, hogy az 1-nél kisebb szám négyzete kisebb az eredeti számnál, az 1-nél nagyobb számok négyzete pedig nagyobb.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.8. Hatványozás

Elméleti bevezető

Nem egyszerre zúdul a hatványozás a tanulók nyakába, mivel az előző fejezet négyzetre emelés tananyaga pont ezt a részt készítette elő. A négyzetre emeléskor megfogalmazott hatványozás definíció egyrészt jól alkalmazható a 2-nél nagyobb egész kitevőkre. Van értelme a szám önmagával képzett szorzásának, másrészt viszont jól érzékelhetően megjelennek a problémák. Mi van akkor, ha a kitevő 1, 0, –1, –2 stb.? Gyerekanyagtól függ, hogy a tanulókat rávezetjük-e a megfelelő definíciókra, vagy pedig kimondjuk őket és kész.

A hatványozás azonosságai közül az $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$ és $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$ kap nagyobb hangsúlyt, persze konkrét alappal. A négyzetre emelésnél ismételt $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

és $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ · azonosság alkalmazása, használata tanárfüggő. A fejezethez tartozó feladatok nem igénylik a felhasználásukat.

A fejezet egyaránt sokat foglalkozik a nagyon nagy és a nagyon kicsi számok kiejtésével és normálalakú írásával is. Sok esetben a normálalakú számokkal végzett műveletek eredményei nem normálalakban jönnek ki, ekkor még tovább kell alakítani őket. A fejezetben ezekre az esetekre is találunk gyakorlópéldákat. A hétköznapi életben előforduló mértékegység prefixumokkal kapcsolatos ismereteket ennél az anyagrésznél lehet jól összefoglalni.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
A hatványozás definíciói. (Tk. 82. oldal fehér rész)
Hatványozás használata. (Tk. 1. feladat)
Hatványozás azonosságainak magyarázata és alkalmazása. (Tk. 82. oldal szürke példa. Tk. 2–3. feladat)
10 hatványai. (Tk. 82. oldal szürke példa)
Exponenciális egyenletek megoldása. (Tk. 4. feladat)
Hatványalakba írás. (Tk. 5–7. feladat)
Normálalakú számok. (Tk. 8–10. feladat)
Mértékegységek használata. (Tk. 11. feladat)
Műveletek normálalakú számokkal. (Tk. 12. feladat)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A számológépen általában külön szokott szerepelni a négyzetre emelés/gyökvonás és a hatványozás/tetszőleges gyökkitevőjű gyökvonás gomb. A tanulókat érdemes megtanítani a hatványozás gomb használatára, érdeklődés esetén pedig beszélhetünk a tetszőleges törtkitevőjű gyökvonásról is.
A normálalakú számokat a tanulók ösztönösen 10-hatvány gomb segítségével viszik be a számológépbe, vagyis a mantisszát megszorozzák a 10 hatványával, de ez rossz eredményhez vezet, ha a normálalakú számmal osztanunk kell. Azért tanítsuk meg a normálalakú szám bevitelének módját vagy a zárójel használatát!
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.9. Mennyiségek törtrésze, arány, arányos osztás

Elméleti bevezető

A foglalkozás anyaga a hétköznapi ember számára a legtöbbször alkalmazható, a matematika azon része, ami talán a gyakorlatban leggyakrabban kerül elő. Az ismeretlen dolgok méreteinek ismert dolgok méreteihez való viszonyítása segíti az ismeretlen elképzelését, ezáltal a megértését is. (Soha nem fogunk a Holdon járni, de ha tudjuk, hogy a földi súlyunk hatoda hatna ott ránk, máris ismerős világnak tűnik számunkra a Hold felszíne.)

A $\frac{3}{5}$ rész azt jelenti, hogy az egészet 5 részre osztjuk, és 3 részt veszünk belőlük, vagyis az egészet $\frac{3}{5}$-del kell szorozni. A háromötöd rész azonos a háromötödszörössel. A hányad rész kérdés azonos a hányszoros kérdéssel. (Hányad része az 5-nek a 3? Hányszorosa az 5-nek a 3?)

Az előzők fényében különösen „pikáns”, hogy a „hányad része” kérdés a „hányszoros” ellentettjeként is értelmezhető. Ha az apa háromszor idősebb a fiánál, akkor a fiú életkora egyharmada az apja életkorának. Ha a nettó jövedelem kétharmad része a bruttó jövedelemnek, akkor a bruttó jövedelem háromkettedszerese a nettó jövedelemnek.

Felmerülhet az órán, hogy hogyan kell a szorzóként használt hányadost megállapítani. Talán jól használható „ökölszabály”, hogy a két szám közül a ragozott kerül a nevezőbe, a rag nélküli pedig a számlálóba. Hányad része a 20-nak a 12? $\frac{12}{20}$ része, egyszerűsítés után $\frac{3}{5}$ része. Hányadrésze a 12-nek a 20? $\frac{20}{12}$ része, vagyis $\frac{5}{3}$-a.

Nagyon fontos feladattípus: amikor egy egészet adott arányú részekre szeretnénk szétbontani. Például, olyan háromszöget szeretnénk előállítani, melynek belső szögeinek aránya 2:3:4. Első lépésként megállapítjuk az arányossági tényezőt, vagyis az egészet, jelen esetben a 180°-ot elosztjuk az arányszámok összegével (180°:(2+3+4)=20°). A belső szögek előállításához az arányossági tényezőt, a 20°-ot, megszorozzuk az adott szög megfelelő arányszámával: $20°\cdot 2=40°$, $20°\cdot 3=60°$, $20°\cdot 4=80°$.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Törtrész kiszámolásának gyakorlása. (Tk. 1–5. feladat)
Egész felosztása adott arányú részekre. Arányossági tényező bevezetése. (Tk. 6., 8. feladat)
Hányad része kérdésre a válasz. (Tk. 7. feladat)
Arány. (Tk. 9–10. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–8.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A foglalkozás tartalmi elrendezése teljesen logikus, kis egységekből épül fel, amelyek tetszés szerint felcserélhetők. Amit feltétlen ajánlott elvégezni órán, az a hányadrész előállításának módja, mert arra a százalékszámításnál még szükség lesz. Az egész felosztása adott arányú részekre későbbre is halasztható.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.10. Százalékszámítás

Elméleti bevezető

A foglalkozás célja a százalékszámítás gyakorlása. Tulajdonképpen az előző foglalkozás logikus folytatása, mivel a dolgok valahány század részét állítjuk elő.

A százalékszámítás a mindennapi élet része, így elsajátítása az alapműveltséghez tartozik. A százalékszámítás megjelenik az összes adatelemzésben, az összes olyan területen, ahol adatokat hasonlítanak össze.

Az általános iskolában sokféleképpen kitűnő tanárok sokféleképpen tanítják a százalékszámítást. E sokféleségből alkotnak a foglalkozáson részt vevők egy bokrétát. A feladat nagy, érdemes megtartani a jól begyakorolt helyes tudást, viszont a tévedéseket ki kell gyomlálni, és közben kialakítani egy közösen elfogadott, mindenki által ismert módszert is. Egy ilyen módszer lehet például, hogy a százalékszámítás alapvetően a „hányad része” kérdésre ad választ, amelynek a közös megadási módja miatt különböző viszonyokat tesz összehasonlíthatóvá. Vagyis hányad része a 600 Ft árengedmény a 2400 Ft-os ruhának? A válasz: $\frac{600}{2400}=\frac{1}{4}$ része. Hányad része 20 gramm szörpsűrítmény a 200 gramm üdítőnek? A válasz: $\frac{20}{200}=\frac{1}{10}$ része. Az $\frac{1}{4}$-szeres és az $\frac{1}{10}$-szeres összehasonlítása nehézkes. Érdemes a nevezőt egységesen 100-nak választani, erre a nevezőre bővítjük az összes törtet, és ezek számlálója lesz a könnyen összehasonlítható, 25 és 10. A raggal ellátott számok (2400 Ft-os ruhának és 200 gramm üdítőnek) lesznek az alap, a ragozatlan (600 Ft árengedmény és 20 gramm szörpsűrítmény) a százalékérték, és az összehasonlításra módot adó számláló (25 és 10) pedig % jellel ellátva a százalékláb (25%, 10%).

A tanulók egy része szereti a képleteket, felírhatjuk őket.

$$százalékláb=\frac{százalékérték*100}{alap};\ százalékérték=\frac{alap}{100}\cdot százalékláb;$$

$$alap=\frac{százalékérték\cdot 100}{százalékláb}.$$

A foglalkozás során gyakorolt fogalmak elmélyítése a következő foglalkozás feladata lesz.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra. A foglalkozás felépítése egyszerű, a tanulók párban vagy csoportban elemzik a tankönyv feladatait.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Százalék fogalma. (Tk. 1. feladat. Tk 86. oldal felső szürke példa)
A százalékláb tizedes tört alakja. (Tk. 2. feladat. Tk. 86. oldal alsó szürke példa)
Gyakorlás. (Tk. 3–5. feladat)
Százalékláb. (Tk. 6–9. feladat. Tk. 87. oldal szürke példa)
Gyakorlás. (Fgy. 1–9.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A százalékszámítás egy másik értelmezése szerint az alapot felosztjuk 100 részre. Ezzel megkapjuk, hogy mekkora az 1%-nyi rész, vagyis az arányossági tényező. Az arányossági tényező százaléklábszorosa lesz a százalékérték.
Feltétlenül szükséges gyakorolni a százalékláb tizedes tört alakjának alkalmazását, valamint a százalékérték meghatározását. A százalékláb vagy az alap kiszámolásának módjának gyakorlása most nem annyira lényeges, a következő foglalkozáson úgyis terítékre kerül.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.11. Százalékszámítás a gyakorlatban

Ajánlott feldolgozási mód

A feladatok megoldása:

1.

tea	300	3	9	3%
forró csoki	350	9	27	7,71%
eperturmix	200	7	21	10,5%

2. $\frac{x}{1000+x}=0{,}009$, x=9,08 gramm.

3. $\frac{150}{x}=0{,}3$, x=500 m^2. $É1=650\cdot 0{,}3=195\ \mathrm{m}^2$. $É2=580\cdot 0{,}3=174\ \mathrm{m}^2$. $É3=480\cdot 0{,}3=144\ \mathrm{m}^2$.

4. $240000\cdot(1+0{,}25)\cdot(1-0{,}2)=240000$. A nem változott a bére.

5. a) $\frac{75000}{x}=0{,}3$, $x=250000$ Ft.

b) $\frac{100000}{250000}=0{,}4$. 40%.

c) $\frac{100000}{250000+20000}=0{,}37$. 37%.

6. a) $150000\cdot(1-0{,}16-0{,}1-0{,}085)=98250$ Ft.

b) $150000:(1-0{,}16-0{,}1-0{,}085)=229008$ Ft.

7. Összes növény= $\frac{733}{0{,}89}=824$. Fokozottan védett növény= $824\cdot 0{,}11=91$.

Védett állat százaléka= $\frac{186}{1358}=0{,}137=13{,}7\%$.

8 a) 200; b) 20; c) 40; d) 200.

9. 2014-ben 8358 lakás. 2013-ban $\frac{8358}{1{,}15}=7257$ lakás. 2012-ban $\frac{8358}{0{,}8}=10448$ lakás.

2008-ban $\frac{8358}{\frac{1}{4}}=33432$ lakás.

10. $400000\cdot(1+0{,}06)=424000$ Ft.

11. $\frac{360000}{1{,}2}=300000$ Ft.

12. a) $800\cdot 1{,}05=840$ Ft. b) $800\cdot 1{,}18=944$ Ft. c) $800\cdot 1{,}27=1016$ Ft.

13. a) $\frac{531}{(1+0{,}18)}=450$ Ft. b) $\frac{1711}{(1+0{,}18)}=1450$ Ft. c) $\frac{1180}{(1+0{,}18)}=1000$ Ft.

14. $x\cdot 22790=28949$. $x=1{,}27$, az áfa=27%.

15. $25\cdot 1{,}18=30$ Ft. $\frac{600}{25}=24$ db.

$5990\cdot 1{,}27=7619$ Ft.

$559\cdot 1{,}27=708$ Ft.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.

A feladatok közös megoldása. (Tk. 1–15. feladat)

Gyakorlás. (Fgy. 1–9.)

A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.12. Algebrai kifejezések

Elméleti bevezető

A foglalkozás előkészíti az egyenletek és egyenlőtlenségek megoldását. Az általános iskolában sokat gyakorolták a tanulók az algebrai kifejezések átalakítását, ezért az alaplépéseket, a műveleti sorrendet, a zárójelek felbontását stb. ismerik és alkalmazzák. Néhány műveletet viszont érdemes gyakoroltatni velük, és néhány fogalmat még jobban elmélyíteni.

Nem minden tanulóban alakult ki a tag és a tényező fogalma. Gyakran előfordul, hogy egy kéttényezős szorzat számszorosánál, a számmal mind a két tényezőt megszorozzák a tanulók. Gyakorlatilag a kéttagú kifejezés szorzásánál használt zárójelfelbontást alkalmazzák. Ez a hibázás ritkul, ha az órán alaposan gyakoroltatjuk a kifejezések tagjainak és tényezőinek felismerését. Amikor csak lehet, meg kell kérdezni, hogy hány tagú a kifejezés, és ha egytagú, akkor hány tényezős a szorzat.

A tagok és tényezők felismeréséhez viszont rutinszerűen kell ismerni a behelyettesítéskor használt műveleti sorrendet. Többtagú a kifejezés, ha az utolsó műveletek az összeadásnak és a kivonásnak valamely kombinációi. Ha az utolsó művelet szorzás, akkor többtényezős a kifejezés.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Algebrai kifejezések, együttható, változó, egynemű algebrai kifejezés. (Tk. 1–2. feladat)
Egynemű kifejezések összevonása. (Tk. 3. feladat)
Zárójelek felbontása, kéttagú szorzása, osztása egytagúval, kéttagú kifejezés szorzása kéttagú kifejezéssel. (Mf. 8. Tk 91. oldal szürke példa)
A tanultak alkalmazása. (Tk. 7–9. feladat)
Geometriai példák a képletek alkalmazására. (Tk. 4–6. feladat)
Fizikai példák a képletek gyakorlati alkalmazására. (Tk. 10–11. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–7.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Az egynemű kifejezések felismerése és összevonása is nagyon sok gyakorlást igényel. Használjunk sokféle kifejezést, ne csak *x* legyen a változó, az ismeretlen!
Fontos a következetesség. Mindig pontosan nevezzük nevén a tagokat, tényezőket! A zárójelek felbontásakor fellépő előjeltévesztés ellen is a következetesség az egyik leghasznosabb fegyverünk.

A foglalkozáson gyakoroltak minden algebrai levezetés során előkerülnek, így az lenne célszerű, ha minden fontosabb dologról szó esne az órákon. Ekkor a legközelebbi alkalmakkor elegendő csak visszahivatkozni erre a foglalkozásra.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.13. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

Elméleti bevezető

A foglalkozás az algebrai kifejezésekkel foglalkozó témakör folytatása, az elsőfokú, egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek megoldását ismétli át.

Az alapgondolat az, hogy az ismeretlen összes olyan értékeit keressük, amelyek behelyettesítésével az egyenlet vagy egyenlőtlenség teljesül (logikai értéke igaz lesz). Célszerű megmutatni, hogy vannak olyan értékek, amelyekre az egyenlet vagy egyenlőtlenség nem teljesül, sőt általában ez a jellemző.

Fontos a behelyettesítés gyakorlása. Ekkor válhat rutinszerűvé a műveleti sorrend alkalmazása. A mérlegelv gyakorlásakor pedig ügyelni kell az algebrai átalakításoknál tanultak következetes alkalmazására.

A számolás és a műveleti sorrend gyakorlására jó alkalom az ellenőrzés is. Viszont az ellenőrzés nagyon sok időt rabolhat el, érdemes csak bizonyos feladatoknál előírni.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Helyettesítési érték. (Tk. 1–3. feladat)
Mérlegelv, egyenlet igazsághalmaza, ellenőrzés. (Tk. 92. oldal szürke példa, 4. feladat)
Egyenletek megoldása. (Tk. 5–6. feladat)
Szöveges feladat előkészítése. (Tk. 7–10.)
Gyakorlás. (Fgy. 1–18.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásánál nagyon fontos szempont a következetesség. Egy levezetésnek sok buktatója van, ezek kikerülésére a „helyes szokások” kialakítása az egyik járható út.
A foglalkozás során lehetőleg minél több egyenletet, egyenlőtlenséget oldassunk meg a tanulókkal, de ezeket a megoldásokat mindig beszéljük át! Jó módszer lehet, hogy a füzet kicseréltetésével, egymással javíttatjuk ki a tanulók megoldásait. Ügyeljünk arra, hogy ne maradjon tanuló, aki a rossz megoldására azt hiszi, hogy jó!
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.14. Diagram

Elméleti bevezető

A foglalkozás a statisztika egyik legfontosabb kellékének használatát ismétli át. A tankönyv példáiban szereplő oszlopdiagramokat érdemes közösen elemezni. A tanulók mondják el, hogy milyen adatokat tudnak leolvasni a diagramokról, állításaikat milyen észrevételekkel tudják alátámasztani.

Az oszlopdiagram céljainak megértését (átláthatóság, vizuális feldolgozás, összehasonlíthatóság stb.) megkönnyíti, ha a tanulók maguk is készítenek oszlopdiagramokat. Sok kérdés felmerülhet közben, a tengelyek elnevezése, az értékek felvétele, a megfelelő skálabeosztás kiválasztása. Ezeket érdemes közösen megbeszélni.

A kördiagram készítése kicsit nehezebb az oszlopdiagram-gyártásnál, mivel terítékre kerül a százalékszámítás is. Az adatok gyakoriságát át kell váltani fokra. Lehet, hogy célszerűbb köztes lépésnek a százalékszámítást használni. Itt megjelenhet az arányosság fogalma is. Némi önálló munka után a tankönyv feladatait érdemes közösen megbeszélni.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Oszlopdiagramok elemzése. (Tk. 1–2. feladat)
Oszlopdiagram készítése. (Tk. 3. feladat, fgy. 3. feladat)
Diagram elemzése. (Tk. 4–5. feladat,)
Átlag, számtani közép. (Osztályzatok átlagának kiszámolása)
Kördiagram. (Tk. 6–7. feladat)
Egyéb diagramok. (Tk. 8. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–2., 4–5. feladat)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Az oszlop- és kördiagramokat feltétlenül beszéljük meg! A munkafüzetben találhatók egyéb diagramok is. Ha jut rá idő, akkor érdemes foglalkozni velük, a tanulók diagramokkal kapcsolatos szemlélete bővül általuk.

Remek lehetőség lenne a csoportot számítógépterembe vinni, és ott táblázatkezelő programmal állítani elő különböző grafikonfajtákat. A számítógépszámtól függően lehet egyéni vagy csoportos a foglalkozás.

A diagramkészítési és -olvasási képesség talán az egyik legfontosabb képesség. Diagramok alapján ítélik meg a vállalatok teljesítményét, diagramok alapján vesznek fel vagy bocsátanak el alkalmazottakat, gazdasági diagramok alapján sorolnak be országokat, cégeket.

Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.15. Statisztika

Elméleti bevezető

Az előző foglalkozás diagramjai előkészítették a statisztikai tanulmányok legfontosabb kellékét, a grafikonhasználatot. A diagramok áttekinthetően szemléltetik az adatok statisztikai feldolgozásának eredményeit. Az ember élete során sokszor fog statisztikai kimutatásokkal találkozni, valójában ma már az alapműveltség része azok megértése.

A foglalkozás elején az adatokat grafikonokról olvassák le a tanulók. A tankönyv feladatai végigvezetik őket az adatfeldolgozás alaplépésein, az adatok összehasonlításán, rendezésén, csoportosításán, a fontosabb tulajdonságok meghatározásán.

A foglalkozás második harmadában a sokaság és a mintavétel fogalmát járjuk körül. A tankönyv népszámlálás példáján keresztül jól szemléltethető, hogy bizonyos dolgokról a lakosság minden tagját megkérdezzük, más kérdésekben viszont csak mintát veszünk. Amennyiben a minta letükrözi a vizsgálandó társadalmi csoport tulajdonságainak arányát, úgy reprezentatív mintáról beszélhetünk.

Érdekes lehet a tanulók számára, hogy a televíziós nézettségmérésnél csak néhány ezer körüli a reprezentatív mintában szereplő háztartások száma, de az így kapott eredményeket mindenki elfogadja, a reklámdíjakat ezek alapján állapítják meg.

A befejező harmadban a statisztikai hibalehetőségeket tekintjük át. Hibát okozhat, ha nem jó a mintavétel. Sok esetben becsapós módon, bizonyos érdekeknek megfelelően jelennek meg az adatok, grafikonok. Például az oszlopdiagramok alját levágva a relatív eltérések nagyobbaknak látszanak.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Grafikonok értelmezése. (Tk. 1–4. feladat)
Alapsokaság, minta, reprezentatív mintavétel, népszámlálás. (Tk. 97. oldal szürke példa)
Hibalehetőségek a statisztikában: Nem megfelelő mintavétel, nem megfelelő ábrázolás. (Tk. 5–6. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–5.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Ha sikerül a matematikafoglalkozás egy részét számítógépteremben eltölteni, akkor feltétlenül érdemes a Központi Statisztikai Hivatal (KSH) honlapjára ellátogatni, és onnan különböző adatokat lekérni. Akár kiselőadást lehet készíttetni a tanulókkal, akár ezekkel az adatokkal kapcsolatos házi feladatokat is szívesen megoldják.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.16. Derékszögű koordináta-rendszer

Elméleti bevezető

A foglalkozás egy speciális diagram, a derékszögű koordináta-rendszer segítségével átvezeti a tanulókat a statisztika világából a függvények világába.

A derékszögű koordináta-rendszerrel kapcsolatos ismereteket a tanulók már az általános iskolában megszerezték, mégis érdemes átismételni ezeket, mert sokszor előfordul, hogy a legegyszerűbb műveletekre is rosszul emlékeznek. Érdemes a pontok koordináták alapján történő ábrázolását és a koordináta-rendszerben lévő pontok koordinátáinak leolvasását is gyakorolni.

Új ismeret lehet számukra a koordinátákra vonatkozó tartományok megadása, izgalmas feladat a koordináta-rendszer megfelelő területeinek kiszínezése is. Ha a határoló egyenes nem része a tartománynak, akkor az legyen szaggatott, ha része, akkor pedig folyamatos!

A geometriai transzformációk előkészítése szempontjából is érdekes az egyes koordináták szisztematikus megváltoztatása. Ha egy háromszög csúcspontjainak egyik koordinátájához ugyanazt a számot adjuk hozzá, akkor azt a megfelelő tengely mentén eltoltuk.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Descartes-féle koordináta-rendszer ismétlése. (Koordináta alapján ábrázolás, pont alapján koordináták leolvasása.)
Gyakorlás. (Tk. 1–2. feladat)
Tartomány ábrázolása, relációs jelek jelentése. (Tk. 98. oldal szürke példa, Tk. 3. feladat)
Érdekes feladatok páros munkával. (Tk. 4–6. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–4.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Ha bejutunk a számítógépterembe, akkor a Geogebra program használatával érdekesebbé tehetjük a koordináta-rendszer tanulmányozását.
A foglalkozás célja, hogy elérje a koordináta-rendszer pontos használatát. Fontos, hogy a koordináták és a rendszer tartományai közötti kapcsolatokat felismerjék a tanulók, és szükség esetén használni is tudják.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.17. Függvények

Elméleti bevezető

Az előző fejezet anyagát erősen felhasználja a függvényekről szóló fejezet, melynek feladatai a képletekben fennálló összefüggéseket teszik szemléletessé. Valamint a függvények rutinszerű ismerete által érthetővé válik a tudományos megismerés azon törekvése, hogy feltárja a mérhető mennyiségeket és az azok közötti összefüggéseket. Egy jó képlet sok mindent megértethet a természeti jelenségekkel kapcsolatban.

A függvény egy hozzárendelés, ami egy halmaz elemeihez egy másik halmaz elemeit rendeli hozzá. Az a halmaz, amelynek elemeihez rendelünk, az az értelmezési tartomány, amelynek elemeit rendeljük, az pedig az értékkészlet. A függvény esetében egyetlen dologra kell ügyelni, hogy a hozzárendelési szabály egyértelmű legyen, vagyis egy elemhez csak egyetlen elemet lehet rendelni. (Visszafelé nem kell, hogy teljesüljön a feltétel, ugyanazt az elemet lehet több dologhoz rendelni. Ha visszafelé is egyértelmű a hozzárendelés, vagyis egy elemhez pontosan egy elemet rendelünk, akkor kölcsönösen egyértelmű függvényről beszélünk.)

A függvény többféleképpen adható meg. Felsoroljuk a két halmaz elemeit, és nyíllal kötjük össze a megfelelő elemeket. (A nyilak mindig az értelmezési tartományból indulnak, és az értékkészletbe mutatnak.) A 2.17. fejezet tankönyvi (földrajzi és történelmi) példái nagyon jók erre. A táblázatos megadási mód az általános iskolából már ismerős a tanulóknak. A két párhuzamos számegyenes pontjai közötti nyilak is kifejezővé tehetik a hozzárendelési szabályt vagy annak valamely tulajdonságát.

A grafikon alapján a függvény sokféle tulajdonságát olvashatjuk le, de ezeket csak megemlítés szintjén tekintsük át! Fontos viszont a tengelyeken lévő pontokhoz tartozó pontok leolvasása. (Először megkeressük az adott ponthoz tartozó grafikonpontot, majd annak segítségével leolvassuk a másik tengelyen lévő megfelelő pontot.)

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Hozzárendelések közül mi a függvény? (Tk. 1–3. feladat)
Hozzárendelés-megadási módok. (Tk. 4–6. feladat)
Grafikonok. (Tk. 7. feladat)
Grafikon elemzése. (Tk. 8. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–5.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A tanulók általában nagyon szeretnek rajzolni. Ez jó, mert a matematika tanulásához ezáltal pozitív élmény is kapcsolódik, viszont vigyázni kell, hogy a diákok ne pazarolják el nagyon az idejüket a rajzolásra.
A hozzárendelési szabály egyértelműségének, grafikonrajzolásának, valamint az összetartozó tengelypontok megtalálásának jól kell mennie, a többi függvénnyel kapcsolatos ismeret később felhalmozódik. Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.18. Egyenes és fordított arányosság

Elméleti bevezető

A fejezet a 2.9. és 2.10. fejezetben tanultakra épül. Az egyenes arányosság alapvetően három szemléletben jelenik meg. Két mennyiség egyenesen arányos, ha az egyiket valahányszorosára változtatjuk, akkor a másik mennyiség ugyanannyiszorosára változik. Vagy két mennyiség egyenesen arányos, ha az összetartozó értékek hányadosa állandó. Két mennyiség egyenesen arányos, ha mennyiségeik között aránypárok írhatók fel. Mivel mindegyik szemlélet megjelenhetett a tanulók korábbi tanulmányai során, így érdemes ezekre kitérni.

Az egyenes arányosság grafikonja olyan egyenes, amely átmegy az origón. (Ha a mennyiségek közötti összefüggést ábrázoló egyenes nem az origón megy át, akkor a mennyiségek változása között áll fenn az egyenes arányosság.)

A fordított arányosságnak is több meghatározása létezik. Két mennyiség fordítottan arányos, ha az egyiket valahányszorosára változtatva a másik mennyiség ugyanannyiad részére változik. Két mennyiség fordítottan arányos, ha az összetartozó értékeinek szorzata állandó. A fordított arányosság grafikonját hiperbolának nevezzük.

Fontos kérdés a nulla speciális helyzete. Az egyenes arányosság esetén a 0-hoz a 0 érték tartozik, de a 0:0 arány nem értelmezhető. A fordított arányosságnál nem veheti fel a 0-t egyik mennyiség sem.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Gyakorlati példák tanulmányozása az egyenes arányosságra (Tk. 1. feladat)
Az egyenes arányosság grafikonon ábrázolása. (Tk. 2–3. feladat)
Lehetséges problémák. (Tk. 4. feladat)
Fordított arányosság alapjai.
Szabály alkalmazása, grafikon. (Tk. 5–6. feladat)
Lehetséges kérdések. (Tk. 7. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–8.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Számítógépteremben akár a Geogebra programmal, akár a táblázatkezelő programmal gyönyörű grafikonokat hozhatunk létre a két arányosság ábrázolására.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.19. Lineáris függvények

Elméleti bevezető

A lineáris függvény fogalma az előző fejezet egyenes arányosság részéből egyenesen következik. A házi feladat megbeszéléséből zökkenőmentesen lehet áttérni a fejezet témájára. Lineáris az a függvény, amelynek a grafikonja egyenes. Minden egyenes arányosság lineáris függvény, de nem minden lineáris függvény egyenes arányosság. A grafikonábrázolással szépen előjön, hogy vízszintes esetben, illetve az *y* tengelyt nem 0-ban metsző esetben nem beszélhetünk egyenes arányosságról. (Felmerülhet a kérdés, hogy negatív értékek esetén is beszélhetünk-e egyenes arányosságról.)

Kétféle lineáris függvény létezik: az elsőfokú függvény, valamint a konstans függvény. A két függvénytípusnak más a hozzárendelési szabálya. (Elsőfokú: $x \mapsto m \cdot x + b$, hol $m \neq 0$; valamint konstans: $x \mapsto c$.)

A lineáris függvény ábrázolására két bevett szokás létezik. Az egyik az összetartozó x és y értékpárokat tartalmazó táblázat készítése, a másik pedig a meredekség és a tengelymetszet ismeretében történő ábrázolás. A táblázatkészítés praktikus, mert gyakoroltatja a helyettesítési értékek kiszámolását, viszont a korlátja megmutatkozik a helyes értékek választásának képességénél. Ha valaki jó helyettesítési értékeket választ (a grafikon jelentős része a papíron marad), akkor gyakorlatilag átlátja a függvény algebrai összefüggéseit.

Még a gyengébb képességű tanulók számára hamar elsajátítható: a *b*-nél van a tengelymetszet, a meredekség pedig a következő pont megszerkesztéséhez ad utasítást. A meredekség nevezője azt mutatja meg, hányat lépünk jobbra, a számlálója pedig, hogy hányat fel vagy le, attól függően, hogy az pozitív vagy negatív szám. Ha egész szám a meredekség, az ismert módon, a per eggyel, könnyen törtté tehető. Ezzel a módszerrel tetszőleges számú pontot adhatunk meg, mindig a már meglévő ponttól indulva.

A konstans függvény pedig az *x* tengellyel párhuzamos, vízszintes vonal, amely *c*-nél metszi a az *y* tengelyt.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Lineáris és konstans függvények elméleti része.
Ábrázolás, meredekség. (Tk. 1–2. feladat)
Hozzárendelésből grafikon. (Tk. 3–5. feladat)

Grafikonpontok meghatározása. (Tk. 6. feladat)
Tengelymetszetek. (Tk. 8. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–7.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Számítógépteremben akár a Geogebra programmal, akár a táblázatkezelő programmal gyönyörű grafikonokat hozhatunk létre a lineáris függvények ábrázolására. Érdemes megmutatni a két egyenes párhuzamosságát, metszéspontját, merőlegességét.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.20. Problémamegoldási módszerek

Elméleti bevezető

Talán ez a fejezet szabadítja fel legjobban a kreativitást a tanulókban. A matematikai megoldási módszerek tanítása során egyrészt kitágítjuk a világot a tanulók számára, talán szükségtelen magyarázni, hogy miért, másrészt viszont be is szűkítjük azt. Ezt talán érdemesebb egy kicsit bővebben kifejteni. A matematika tanítása során bevezetőül felvetjük a problémákat, és aztán megmutatjuk, hogy az éppen tanítani kívánt matematikai módszer hogyan oldja meg azokat. Arról bölcsen nem szólunk, hogy csak azokat a problémákat vetjük föl, amelyeket meg tudunk oldani, így a tanulókban az a vélemény alakulhat ki, hogy a matematika minden problémát képes megoldani, vagy hogy az adott problémát csak az adott módszerrel lehet megoldani. Nos, ez a fejezet megmutatja, hogy van létjogosultsága egyéb megoldási ötleteknek is.

A próbálgatás az egyik legkézenfekvőbb megoldás. Az ember addig kísérletezget az adatok megváltoztatásával az adott feltételek mentén, amíg nem talál egy megoldást. A módszer hátránya, hogy nehéz bebizonyítani a lehetséges megoldások számát. Ilyenkor érdemes szisztematikusan végigfutni az adatok lehetséges értékein. Ekkor a gond a lehetséges értékek nagyon nagy száma. (Ilyenkor érdemes megtanulni programozni.)

A megoldás keresésében jó ötletadó lehet, ha az adatokat táblázatba rendezzük. Ekkor könnyebb kifejezni az ismeretlennel az adott mennyiségeket, valamint könnyebben felismerhetők az adatok közötti összefüggések. A táblázatba rendezés során óhatatlanul apróbb, könnyebben megoldható, részfeladatokra bontjuk a problémákat.

A grafikus megoldáson a metszéspontok keresése során a grafikonok egymáshoz képesti elhelyezkedését, menetét jól felismerhetjük. (A metszéspontokat ma már jó számológépek vagy számítógépes programok segítségével könnyedén kiszámolhatjuk.)

Talán a szöveges feladatok megoldása okozza a legtöbb tanulóban azt az érzetet, hogy nincs tehetsége a matematikához. Ezért lenne nagyon fontos a következtetési módszereket, az egyenletek felállításának módszereit rendesen kigyakoroltatni a tanulókkal. Persze erre soha sincs elegendő idő.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Próbálgatás. (Tk. 1–2. feladat)
Táblázatba rendezés. (Tk. 3. feladat)
Grafikus ábrázolás. (Tk. 4. feladat)
Következtetés. (Tk. 5–8. feladat)
Gyakorlás (Fgy. 1–9.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Feltétlenül érdemes minden módszert megmutatni a tanulóknak. A számonkérés persze más kérdés.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.21. Sorozatok, számtani sorozatok

Elméleti bevezető

A matematikafoglalkozásokon gyakorlatilag kettő, illetve három sorozat szokott hangsúlyt kapni. Ezért a tanuló a sorozat szót meghallva vagy számtani, vagy mértani, vagy rekurzív sorozatra gondol. Ezért érdemes a sorozatok témakört úgy kezdeni, hogy bemutatjuk a diákoknak: nagyon sokféle sorozat létezik, akár olyanok is, amelyeknek a tagjai nem is számok (házsorok, fasorok, tankönyvi példák stb.).

Ügyeljünk a tanulóknál arra, hogy a sorozatoknak tagjai vannak, nem pedig elemei. Minden sorozatnál ugyanúgy jelöljük a tagokat. Kisbetű a sorozat jele, és n a tag sorszáma, amely csak természetes szám lehet (a_n). A jobb alsó indexbe került sorszámot és a tag értékét sokszor összetévesztik a tanulók. Ez az egyik legjellemzőbb típushiba.

A foglalkozás első fele az általános sorozatokkal foglalkozik, a második felében kerül sorra a számtani sorozat. A tananyag elvileg elvárja mind a három összefüggés használatát, az általános képletét ($a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$), az első *n* tag összegét ($S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$) és a középső tag a két szomszéd számtani közepe összefüggést ($a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$) egyaránt. Az egyes feladattípusok sok gyakorlást igényelnek.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Néhány példa a sorozatokra. (Tk. 1–3. feladat)
Az általános tag megadása és használata. (Tk. 4–6. feladat)
Számtani sorozat. (Tk. 7. feladat)
Differencia megállapítása. (Tk. 8. feladat)
Tagok összege. (Tk. 9. feladat)
Gyakorlás. (Tk. 10–12. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–7.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A jobb képességű tanuló számára érdekes információ lehet a sorozatok függvény jellege, ahol gyakorlatilag $a : N \to R, n \mapsto a(n)$ függvénymegadás helyett alkalmazzuk az a_n jelölést.
Idő hiányában dönteni kell, hogy mit tanítsunk meg. A számtani sorozatot feltétlenül meg kell tanítani, ha már le kell mondani valamiről, akkor az általános sorozatok témaköre hagyható ki vagy érinthető menetközben szőrmentén.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.22. Mértani sorozat, kamatos kamat

Elméleti bevezető

A mértani sorozat kilencedikes korosztály számára való tanításánál ügyelni kell a feladatok kiválasztására, mert ellenkező esetben könnyen támadhat olyan ötletünk, amelyet csak logaritmussal tudnánk megoldani. Ez az anyagrész az algebrai tanulmányok jelentős részét igényelhetné. Csak előre megoldott feladatokat és problémákat érdemes vinni az órákra.

Az *n* tag felírásánál ($a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$) nagyon kell ügyelni a formára. Kiszámolásánál hibaforrás lehet, hogy a kitevőt a hányados mellé írják ($a_n = a_1 \cdot qn - 1$), vagy csak a –1 kerül le $a_n = a_1 \cdot q^n - 1$. Érdemes odafigyeléssel megelőzni a bajt.

A tanulók számára nem könnyű feladat, hogy két ismert tagból kell megállapítani a hányadost. Érdemes két közeli sorszámú (szomszédos) taggal próbálkozni.

A kamatos kamatszámítás rész a százalékszámításnál tanult, a százalékláb tizedes tört megadásos alakjára alapul. A tankönyv nem fogalmazza meg a képletet, így használható az évenkénti érték kiszámításának módszere. A tankönyvi példák bemutatják a kamatos kamatot, az amortizációt és a kölcsön visszafizetésének azon módját, amelyet a tanulók még ezen a szinten ki tudnak számolni: a halasztott törlesztést.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Mértani sorozat meghatározása. (Tk. 1–2. feladat)
Mértani sorozat alkalmazása. (Tk. 3.7.)
Kamatos kamat. (Tk. 8–10. feladat)
Gyakorlás (Fgy. 1–11.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A képletek bemagoltatásához és a megfelelő rutinú alkalmazásuk eléréséhez nagyon sok különálló alkalmazásra lenne szükség. Ha erre nincs idő, akkor az egyik igényről le kell mondani. A képletek bemagoltatása helyett érdemes felírni őket a táblára (vagy kivetíteni). Ez eredményesebb, mint egy képletgyűjtemény, és a „sterilebb” körülmények jobban segítik a tanulókat, hogy rájöjjenek, éppen mely képletre lesz szükség.
Megemlítés szintjén minden összefüggést érdemes bemutatni, viszont a geometriai sor általános és összegképletét gyakoroltatni kell, valamint a kamatos kamat számítását végig kell vinni, maximum öt évig.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.23. Alapvető geometriai ismeretek

Elméleti bevezető

Az általános iskolában tanult geometriai alapfogalmak ismétlése komoly választás elé állítja a matematikatanárt. Mivel a hátralévő foglalkozások zöme geometriával foglalkozik, ezért a fogalmak felidézése és tisztázása megtérülő időbefektetésnek létszik, ugyanakkor a hatalmas mennyiségű fogalom egymás utáni precíz tárgyalása megterheli a tanulók monotonitástűrő képességét. A tankönyv kompromisszumot javasol, a feltétlenül szükséges fogalmakat érdekes feladatok formájában idézi fel. Sok fogalom felidézését (pl. térelemek helyzete, távolsága) későbbre halasztja.

A szögfajták rendszerezését ennél a foglalkozásnál vesszük át alaposan, viszont kimaradnak a szögpárok.

A tankönyv 9. feladatát csoportos, több mérőhelyes, jegyzőkönyvvel támogatott méréssel lenne érdemes elvégezni. Minden munka- és logisztikaigénye, vagy akár veszélyessége ellenére is érdemesnek tartjuk elvégezni.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Egyenes, félegyenes, szakasz. (Tk. 1. feladat)

Egyenesek viszonylagos helyzete. (Tk. 2. feladat)
Négyszög és háromszög viszonylagos helyzete. (Tk. 3. feladat)
Szögfajták. (Tk. 113. oldal barna keretes rész)
Szögekkel kapcsolatos feladatok. (Tk. 5–7. feladat)
Átváltások gyakorlása. (Tk. 8. feladat)
Csoportba szerveződő mérések. (Tk. 9. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–11.)
A házi feladat a maradék feladat. (Akár a tankönyvi 4. feladat is)

Megjegyzések, javaslatok

Az igazán értékes időtöltés és csoportos munka a mérőeszközök (mérleg, mérőszalag, mérőedények stb.) gyakorlati alkalmazása volna – ha van fizika vagy kémia szaktanterem, akkor az ott fellelhető professzionálisabb eszközök segítségével, ha nincs, akkor az otthonról hozott eszközök segítségével. Az előkészített feladatlapok alapján váltott mérőhelyes foglalkozás nagyon feléleszti a tanulók kreativitását, érdeklődését, sok készséget fejleszt, és az eszközök használatával kapcsolatban nagyon sok tudást ad át.
A szögekkel kapcsolatos fogalmak feltétlenül legyenek meg! Az egyenes, félegyenes, szakasz, párhuzamos, merőleges, illeszkedés fogalma is nagyon fontos. A mértékegység átváltását lehet később vagy más keretek között is gyakorolni, ez folyamatos feladat.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.24. Sokszögek, háromszögek

Elméleti bevezető

Mivel a háromszöghöz kapcsolódik a több képlet, érdemes a sokszögekkel foglalkozó órákat a háromszögekkel kezdeni. Gyorsan megtárgyalható a szokásos jelölésrendszer: a háromszög csúcsait nagybetűkkel jelöljük, a szemközti oldalakat a nekik megfelelő kisbetűvel, a belső szögeket α, β, γ jelölésekkel, a külső szögek jelölése pedig α', β', γ'.

Fontos összefüggések: a belső szögek összege 180°, a külső szögek összege 360°, az összetartozó külső és belső szögek összege 180°.

A háromszög három adott oldalból nem szerkeszthető meg mindig, fontos a háromszög egyenlőtlenség megbeszélése.

A háromszög kerülete a három oldal összege, a területe pedig valamely oldal szorozva a hozzá tartozó magassággal. Tisztázni kell az oldalhoz tartozó magasság fogalmát, és ügyelni arra, hogy a kerület és terület szó nagyon hasonló, így a tanulók gyakran összetéveszthetik a kétféle összefüggést a *k* és *t* jelölésnél. (Talán könnyítheti a memorizálást a kerület-kerítés és a terület-terítő párosítás. Ez a mértékegység-használatot is segítheti.)

A szárazabb anyagrész után jöhet a tankönyv által felkínált csoportos munkával elvégezhető projekt, ahol a tanulók a négyszögekről tanult tulajdonságokat tablókra gyűjthetik össze. Ha használható számítógép és nyomtató is, akkor minden négyszögről gyönyörű képekkel illusztrált, kézzel írt szövegű tabló készíthető. Érdemes felhívni a tanulók figyelmét arra, hogy a tulajdonságok összegyűjtése alapvetően a négyszögek oldalaira (párhuzamosság, egyenlőség stb.), belső szögeire (egyenlőség, derékszögűség stb.), valamint átlóira (egyenlőség, felezés, merőlegesség stb.) vonatkoznak.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Háromszögek szögei, belső és külső szögeinek összege. (Tk. 3–5., 8. feladat)
Háromszög oldalaira vonatkozó feltételek. (Tk. 6. feladat)
Háromszög területe. (Tk. 7. feladat)
Háromszög kerülete. (Tk. 11. feladat)
Háromszög szerkesztése. (Tk 10. feladat)
Háromszög a koordinátarendszerben. (Tk. 9. feladat)
Sokszögekről tanultak rendszerezése. (Tk. Projekt. Tk. 1. feladat)
Négyszögekről tanultak ismétlése. (Tk. 2. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–11.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Ha nagyon szűk az időkeret, akkor sajnos csak a háromszögekkel kapcsolatos ismeretek élveznek prioritást. A többi nagyon fontos és élvezetes anyagrész vagy később kerül terítékre, vagy amikor fel-felbukkan a későbbi tananyagban, ott beszéljük át egy kicsit alaposabban.
A négyszögek megbeszélését projekt formában lenne érdemes megvalósítani.
Ha nagyon sok időnk van, akkor a háromszögek koordináta-rendszerben való tanulmányozására is térjünk ki. Roppant sok készség és tudás mélyül el vele.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.25. Derékszögű háromszög, Pitagorasz-tétel

Elméleti bevezető

A derékszögű háromszög oldalai elnevezésének átismétlése után megbeszéljük Pitagorasz tételét. A tétel alkalmazásának meghatározó pontja az átfogó felismerése. A gyökvonáshoz a számológép használata ajánlott. Mutassuk meg a négyzetre emelés és a gyökvonás gomb használatát! A folyamatos géphasználat érdekében érdemes az ismeretlent előtte kifejezni (pl. $1{,}2^2 + b^2 = 1{,}3^2$ egyenletet megoldhatjuk lépésenként is, vagy $b^2 = \sqrt{1{,}3^2 - 1{,}2^2}$ módon is). Aki ezt a kifejezést ki tudja számolni a számológép részeredmény megőrzéssel, az nagyon ismeri a műveleti sorrendeket.)

Vigyázni kell viszont arra, hogy a $b^2 = 0{,}25$ egyenlet megoldásánál hosszú távú mellékhatást okozhatunk. Mivel ez egy másodfokú egyenlet (ahol a diszkrimináns nagyobb, mint 0), az egyenletnek két megoldása van: 0,5 és –0,5. Mivel a háromszög oldala csak pozitív szám lehet, ezért csak a 0,5-et tartjuk megoldásnak. Ha erről nem beszélünk, csak azt mondjuk, hogy a megoldás 0,5, akkor a tanulók tudatában azt mélyítjük el, hogy csak egy megoldás létezik – ez később nehézségeket okozhat. Ezért érdemes mind a két megoldást megadni, majd a magyarázatot hozzáfűzni.

Beszéljük meg az egyenlő szárakkal kapcsolatos elnevezéseket (szár, alap, szárszög, egyenlő oldalú háromszög stb.)! Az egyenlő szárú háromszögnél akad néhány elhallgatott állítás, amelyet esetleg érdemes áttekinteni, megbeszélni. Az egyenlő szárakkal szemben egyenlő szögek találhatók. Egy adott belső szög esetében a többi már kiszámolható. Az alaphoz tartozó magasság egyben szárszögfelező, oldalfelező merőleges, súlyvonal és szimmetriatengely.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Pitagorasz-tétel. (Tk. elméleti rész)
Pitagorasz-tétel alkalmazása. (Tk. 1–9. feladat)
Egyenlő szárú háromszög magassága. (Tk. 117. oldal szürke példa. Tk. 10. feladat)
Szögfüggvények. (Tk. 117. oldal barna keretes írás)
Gyakorlás. (Fgy. 1–13.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A pitagoraszi számhármasokról is érdemes beszélni.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.26. Speciális négyszögek

Elméleti bevezető

A 2.24 foglalkozásnál már látott sokszögekről elszült tablók ennél a foglalkozásnál is jól használhatók. Ha akkor valamilyen tananyag kimaradt a sokszögekkel kapcsolatban, most azok a részek bepótolhatók. Lényeges tudnivaló, hogy a négyszögek belső szögének összege 360°.

Trapéz meghatározása: olyan négyszög, amelynek van párhuzamos oldalpárja. Ha húzunk két párhuzamos egyenest a táblára, ezzel a „trapézság” feltétele teljesül – a két szár behúzásával előállíthatjuk az összes trapézfajtát. (A szárak lehetnek párhuzamosak, merőlegesek a párhuzamos egyenesekre stb.) Érdemes bevezetni az általános trapéz fogalmát: olyan trapéz, amelynek nincs semmilyen speciális tulajdonsága. Ilyen kétféle van, a megszokott háztetőforma, amelynek tompaszögei szomszédosak, és a ritkábban tárgyalt típus, amelynek a tompaszögei egymással szemközt helyezkednek el. Az általános trapéz alapjai nem egyenlők, a szárak nem egyenlők, nem párhuzamosak, és nem merőlegesek az alapra. Az általános trapéz szögei között nincsen derékszögű, és legalább két egyenlő, viszont az azonos szárra eső két belső szög 180°-ra egészíti ki egymást. Az általános trapézban az átlók nem merőlegesek, nem egyenlők és nem felezik egymást. Lehetne még más kikötéseket is tenni (pl. szárak hajlásszöge stb.), de ezek a legfontosabb szempontok.

Most érdemes átismételni a trapéz kerületét, területét is.

A következő négyszög a paralelogramma. Beszéljük át az általános paralelogramma oldalainak, átlóinak és belső szögeinek tulajdonságait! A tananyag része a kerület és terület átismétlése is.

Tekintsük át a többi speciális négyszög általános reprezentánsának tulajdonságait, kerületét és területét is! Az általános deltoid külön jelentősége, hogy nem trapézszármazék.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Négyszögek tulajdonságai. (Tk. 1–2. feladat)
Trapéz. (Tk. 118. oldal keretezett rész. Tk. 3–5. feladat)
Paralelogramma. (Tk. 118. oldal keretezett rész. Tk. 6–7. feladat)
Téglalap, deltoid, rombusz, négyzet. (Tk. 119. oldal keretezett részek. Tk. 8–9. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–9.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

A speciális négyszögek definícióját és fontosabb tulajdonságait, kerületét, területét mindenképpen át kell ismételni. A többi ismeret az idő függvénye. Ha van rá lehetőség, érdemes a négyszögek egymásból származtathatóságát is tanulmányozni.
Ennyi idő alatt ennyi összefüggés rutinszerű alkalmazását elsajátítani nagy kihívás a tanulóknak. Esetleg érdemes ennél az anyagrésznél a „mérnöki” matematikát alkalmazni, ahol a mérnökök rendelkeznek a szakterületüknek megfelelő hatalmas képletgyűjteménnyel, és azt tanulják meg, hol találják a szükséges képletet, és azt hogyan kell alkalmazni. A tanulók is használhassanak képletgyűjteményt!
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.27. A kör és részei

Elméleti bevezető

A tankönyv első feladata a körök egymáshoz viszonyított helyzetével foglalkozik. Már itt felmerül, hogy vigyázni kell arra, mit értünk körön: a körvonalat, a körlemezt vagy mindkettőt együtt. Általában körön a körívet értjük, a feladat is így használja a fogalmat.

A kör részeit már sokszor tanulták a tanulók, mégis kiderülhet, hogy nem jut eszükbe valamelyik megfelelő elnevezés. Az elnevezések mostani ismétlése néhány hónap múlva hasonló sorsra juthat, ezért érdemes az elnevezésekhez egy-egy képet kötni. Húrhoz az íj vagy a hárfa húrját, a szelőhöz, a szelethez a cipó szelését, a kés a szelő, a félbevágott részek a szeletek. A tortaszelet nem is szelet, inkább cikk stb. A koncentrikus körök fogalmáról is érdemes néhány szót ejteni.

Fontos, de a gondolati ívbe nehezen illeszthető gondolat, hogy egy körben az egyenlő középponti szögekhez tartozó ívek egyenlő hosszúságúak, és fordítva. Érdemes ezt a gondolatpárt felfedeztetni a tanulókkal.

A kör kerületének és területének képletét gyakran összekeverik a tanulók, illetve nem ritka az összefüggések vegyítése sem (pl. a rettenetes $\cancel{t=2\pi r^2}$). A tanulók ügyeljenek arra, hogy ne kövessék el ezeket a hibákat! A körcikk területének és a körív hosszának kiszámolása is időigényes feladat. A képletgyűjtemény használatával csak a problémára tudnak koncentrálni a diákok.

Thalész tétele önmagában is fontos tudnivaló. Itt érdemes hangsúlyozni, hogy a derékszögű háromszög köré írható kör sugara az átfogó fele. Ez megegyezik az átfogóhoz tartozó súlyvonal hosszával is. Ennél az anyagrésznél kiváló lehetőség nyílik a két nagy tétel, Pitagorasz és Thalész tételének összekapcsolására és gyakorlására.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Bevezető feladatok. (Tk. 1. feladat)
A kör részei. (Tk. 120. oldal keretezett rész. Tk. 2. feladat)
Középponti szög. (Tk. 120. oldal keretezett rész)
Kör és körcikk területe és kerülete. (Tk. 121. oldal keretezett rész. Tk. 3–7. feladat)
Thalész tétele.
Feladatok. (Tk. 8–13. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–11. feladat)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Ami feltétlenül szükséges: a kör terület- és kerületképletének magabiztos használatának elsajátítása, valamint a Thalész-tétel.
Számítógépterembe való bejutás esetén a Geogebra programmal jól lehet tanulmányozni a köröket, egymáshoz és az egyenesekhez való viszonyukat.
A Thalész-tétel tanulásánál szerkeszthetnek is a tanulók. Az érintő szerkesztésének megismerése esetleg szakköri feladat lehet.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.28. Testek felszíne és térfogata

Elméleti bevezető

Ez a tananyagrész talán a leghálásabb. A korábbi terület- és kerületszámítási feladatoknál megtanulták a tanulók a képletgyűjtemény használatát, most csak néhány, térbeli testtel kapcsolatos tudnivalót kell átismételniük, és gyakorlatilag minden térfogat és felszín meghatározásával kapcsolatos feladatot önállóan meg tudnak oldani.

A gondot a feladattípus jelentheti: ha valamely alkotóelemet ki kell számolni az egyik képletből, és azt kell behelyettesíteni a másik képletbe. Vagy Pitagorasz képletével határozzuk meg a magasságot. (A tanulók „szerencséjére” itt még a szögfüggvények nem alkalmazhatók.)

A tananyag nem kevés: hasáb (kocka, téglatest), henger, gúla, kúp, gömb felszíne és térfogata. Ráadásul az alapok és az oldallapok területét is ki kell számolni. A képletgyűjtemény alkalmazása nyújtja a megoldást.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Testek osztályozása. (Tk. 122. oldal keretezett rész. Tk. 1. feladat)
Hasáb felszíne és térfogata. (Tk. 122. oldal keretezett rész. Tk. 2–4., 6. feladat)
Henger felszíne és térfogata. (Tk. 5. feladat)
Gúla felszíne és térfogata. (Tk. 123. oldal keretezett rész. Tk. 7. feladat)
Kúp felszíne és térfogata. (Tk. 123. oldal keretezett rész. Tk. 8. feladat)
Gömb felszíne és térfogata. (Tk. 123. oldal keretezett rész. Tk. 9–10. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–13.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Ügyelni kell a számológép megfelelő használatára, a számológép által használt műveleti sorrendre, az átváltásokra és a képletgyűjtemény rendszeres használatára.

Mivel a több mint egy tucat összefüggés alapos átvételére nincs idő, így elegendő a testek felismerése képességének fejlesztése és a számolási munkamódszer elsajátíttatása.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.29. Geometriai transzformációk

Elméleti bevezető

Talán matematikából a szimmetria témakör tanítható a leglátványosabban. Az internetes böngészőbe beírva a szimmetria szót, százával jelennek meg az izgalmas tanulmányok, és ezrével a képek. Ezeket a képeket a tanár is legyűjtheti vagy kivetítheti. (Az „élő” kereséssel és vetítéssel vigyázni kell, mert könnyen megjelenhetnek kínos tartalmak, ha lehet, akkor ezt kerüljük.)

Lényeges az egybevágóság fogalmának és a négy legfontosabb egybevágósági transzformáció műveletének (tengelyes tükrözés, középpontosan tükrözés, középpontos forgatás és eltolás) átismétlése. A témakör gyönyörű, érdekes és mély. Ha valaki rajzoltatni szeretné a tanulókat, akkor lehet az egybevágósági transzformációval létrehozott alakzatokat szerkeszteni, vagy koordináta-rendszerben megrajzoltatni őket. Sok színező füzet szimmetrikus mintákat tartalmaz, ezek kiszínezése is érdekes és hasznos lehet.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Egybevágóság. (Tk. 124. oldal keretes rész. Tk. 1–2. feladat)
Kicsi hasonlóság. (Tk. 3. feladat)
Eltolás és a vektor. (Tk. 124. oldal 4. feladat előtti rész. Tk. 4., 6. feladat)
Elforgatás. (Tk. 5. feladat)
Szimmetrikus alakzatok. (Tk. 125. oldal barna keretes rész. Tk. 7–8. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–10.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Léteznek ingyenes programok az arcok tengelyesen szimmetrikussá tételéhez. Az ember a szimmetrikus arcot sokkal szebbnek látja. Az interneten a szimmetriák és a művészet viszonyáról is nagyon sok érdekes gyűjtemény, tanulmány található (pl. Escher).
Izgalmas témakör a sík parkettázása is. Ha jut rá idő, akkor azt is fel lehetnek vetni.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

2.30. Valószínűségi kísérletek

Elméleti bevezető

A folyamatok függvényekkel való leírása azt a képet alakította ki a tanulókban, hogy gyakorlatilag minden előre kiszámítható. A kvantummechanika mind elméleti, mind kísérleti úton megmutatta, hogy ez nem így van. A valószínűség-számítással foglalkozó órák előkészítik a valódi világhoz közelebb álló szemlélet kialakítását. A mindennapi életünkben is szerepet játszik a véletlen. Sokszor úgy érezzük, hogy szerencsék van, máskor pedig hogy nincs. A valószínűség-számítás segít megérteni, hogy akár a saját szerencsénk kovácsai is lehetünk (szerencsejáték, sorsolások, döntési helyzetek).

Csoport- vagy páros munkával sok kísérletet tudunk a tanulókkal elvégeztetni. Többszöri pénzfeldobással melyik jön ki többször? Fej vagy írás? Két különböző pénz feldobásával milyen lehetőségek alakulhatnak ki? Sok dobás után melyik a valószínűbb? Egy vagy két különböző kockával való dobás. Urnából kihúzott golyók. Visszatevéssel vagy anélkül. Kártyával való osztás lehetőségei.

A tapasztalatok egyeztetése után eljutunk a kedvező esetek számának és az összes esetek számának hányadosához. Gyakorlatilag a tankönyvi és munkafüzeti példák érintik a legfontosabb mintafeladatokat.

A fejezet feldolgozásának órakerete 2 óra.

Ajánlott feldolgozási mód

Az előző órán feladott házi feladatok megbeszélése.
Valószínűség. (Tk. 126. oldal szürke példák)
Bevezető feladatok. (Tk. 1–2.feladat)
Kísérletek. (Tk. 3–4. feladat)
Relatív gyakoriság és a klasszikus valószínűség-számítási modell. (Tk. 127. oldal barna részek. Tk. 5–7. feladat)
Gyakorlás. (Fgy. 1–8.)
A házi feladat a maradék feladat.

Megjegyzések, javaslatok

Az interneten sok valószínűség-számítással foglalkozó bevezető oktatófilm található. Az érdeklődő tanulóknak érdemes ezeket megmutatni.
Digitális tananyagként használhatjuk a fejezethez készült ELO-t.

Tizedikes tankönyv

2.1. Logika a mindennapokban

Az első óra az éves matematikaoktatási folyamat szempontjából nagyon lényeges, hiszen egyrészt itt alakítjuk ki az éves munka rendjét, másrészt meg kell tanítanunk az első óra anyagát. Az első óra anyagának tanításáról később még lesz szó, az éves munkarend kialakítása a lényegesebb kérdés.

Az első fontos dolog, amiben a tanárnak el kell döntenie, hogy a tanév során rendszeresen kíván-e élni a csoportos foglalkoztatás módszerével, vagy csak páros munkával, valamint kérdezz-felelek módszerrel kívánja kiváltani a diákok aktivitását és az interaktivitást.

A négy-öt fős csoportokat és a párokat az első órán érdemes kialakítani, és úgy ültetni a tanulókat, hogy a csoportok az órán gyorsan összeálljanak, és szükség szerint vissza tudjanak alakulni a hagyományos ülésrendbe. A kialakított csoportok aztán egy évig fognak együtt dolgozni, időrabló dolog lenne rendszeresen változtatni őket.

A jól működő csoportok kialakítása komoly kihívás, a csoportok kialakításának módja óriási irodalommal rendelkezik. Sok szempontot kell figyelembe venni. A teljesség igénye nélkül néhány példa a lehetséges problémákra: az irányító tanulók könnyen átveszik a csoport felett a hatalmat, csak ők beszélnek, csak ők dolgoznak, mindent ők csinálnak meg. A lustább tanulók nem ragaszkodnak ahhoz, hogy dolgozhassanak. Nem bánják, ha a többiek végzik el az ő feladatukat is. Az érdekes feladatok megoldása csak néhány tanuló privilégiuma, a hálátlan, „unalmas” feladatokat pedig mindig ugyanazok kapják. Valamilyen oknál fogva egyenlőtlen a feladateloszlás a csoporton belül, vagy valaki úgy érzi, hogy nincs jó helyen a csoportjában. Ezekre oda kell figyelni, annak ellenére is, hogy a szereplők esetleg mégiscsak elégedettek a helyzetükkel. Ezek a problémák ugyanis pont a csoportmunka lényegét teszik tönkre, a csoportmunka előnyeit, az együttműködés, a közös munka örömét veszik el.

A csoport kialakításának lényege hogy több, szervezetten együttműködő ember hatékonyabban tudja elvégezni a feladatokat, mint ugyanannyi, egymástól függetlenül tevékenykedő ember. Erre nagyon sok példa található. Csapatsportoknál az edző szervezi az együttműködést, a zenekaroknál a karmester, a gyáraknál a főmérnök, az iskolában az igazgató, a munkaközösség-vezetők, az osztályfőnök, a szaktanár. Egy csoport akkor működik jól, ha a feladatokat a vezetés jól bontja részfeladatokra, ha a csoport tagjai elvégzik a rájuk osztott munkát, és a csoporton belül megfelelő a kommunikáció, az együttműködés. Az év során a kialakult csoportok minden területen várhatóan egyre ügyesebbek lesznek.

Az „egy témakör egy óra” időkeret rövidsége indokolttá teheti az egyéni és páros munkamódszer alkalmazását. Az idő rövidségére való tekintettel a tanár szíve szerint „darálná” a tananyagot, de éppen a kevés idő miatt kár lenne a páros munkáról lemondani. Hiszen a tanár nem jut hozzá minden tanulóhoz, nem tudja mindenkinek személyesen elmagyarázni, amit éppen nem ért, a lemaradóknak nem tud maradéktalanul segíteni a felzárkóztatásban, az élen járóknak pedig folyamatosan új anyagot adni. Ebben a mesebeli hősöket is legyűrő problémaáradatban a legnagyobb segítséget pont a tanulók jelenthetik. Mert el tudják egymásnak magyarázni a problémáknak pont azt a részét, amelyet nem ért a másik, pont úgy, ahogy a magyarázó is megértette, az életkornak sokkal megfelelőbb szóhasználattal és gondolatmenettel. A négyszemköztiség miatt a kérdezőnek sem kell aggódnia azon, hogy butának vélik a többiek, ezért nyugodtan felvállalhatja, hogy nem érti az adott anyagot, akár többszöri magyarázat után sem. A magyarázó is jobban megérti a tudásanyagot, hiszen több szempontból is át kellett gondolnia azt. Valamint jó érzés segíteni a másiknak, jó érzés az a tudat, hogy olyan szintű ismeretekkel rendelkezünk, amelyekkel képesek vagyunk másokat támogatni a tanulásban.

Az első órán érdemes közölni a tanulókkal az elvárásokat. Például rendszeresen hozzák magukkal a tankönyvet, a munkafüzetet, egy négyzethálós füzetet, valami tasakot a kiosztott munkalapok tárolására, vonalzót, tollat, ceruzát, színes ceruzákat stb.!

Érdemes átgondolni az otthoni munka módszertanát is. A házi feladat az órai munka utólagos gyakorlására alkalmas. A heti egy óra esetén ezzel az a gond, hogy a megbeszélése sok időt vehet el a következő órából. Tanórai időt spórolhatunk meg, ha például bevezetünk egy beadandó füzetet, amelyben a tanulók megírják a házi feladatot, azt az óra előtt beadják, a tanár kijavítja, észrevételeit beleírja a füzetbe, az órán visszaadja a tanulóknak a füzetet, amelybe aztán újra elkészíthetik az új házi feladatot.

Egy másik lehetőség a tanórán kívüli idő bevonására a képzésbe, hogy nem az órai anyagból adunk fel feladatot, hanem a következő óra anyagából készülnek fel a gyerekek, az elmúlt év jegyzeteiből kigyűjtve a fontosabb gondolatokat, átismételve az akkor tanultakat, vagy internetes kutatást végeznek. Az óra menetébe ezek az előtanulmányok épülnek be.

A képzés otthoni része lehet egy nagyobb ívű projektmunka elkészítése is. Ezek kimenetele lehet tabló, amely kitehető az iskola különböző részein, tanteremben, vagy egy prezentáció, amelyet egy megfelelő alkalommal mutatnak be a tanulók. Vagy az iskolai honlap számára készíthetnek egy teljesebb anyagot, amely az internetböngészőkben válik megtekinthetővé. (Ezeknek a munkáknak a része az internetes anyaggyűjtés, ilyenkor a jogdíjkérdésekkel is foglalkozni kell.)

A heti egy óra keret gyakorlatilag az úgynevezett készségfejlesztő tantárgyak közé (rajz, ének, dráma és tánc stb.) emelte be a matematikát. Így valójában le kell mondani az adott tananyagrészhez kapcsolódó ismeretek teljes körű átadásáról, és csak az egyes részek kiemelésével a készségek fejlesztése lehet az óra célja.

Alapcélok

A tanulók tudják, hogy a kijelentés olyan állítás, amelyről egyértelműen eldönthető, hogy igaz vagy hamis!
A tanulók tudják, hogy a kijelentés tagadása olyan művelet, amely megváltoztatja a kijelentés logikai értékét!
A tanulók tudják, hogy az „és” logikai művelet csak akkor igaz, ha mind a két kijelentés igaz!

A tanulók tudják, hogy a „vagy” logikai művelet csak akkor hamis, ha mind a két kijelentés hamis!

Csoportos foglalkozás

A tanár összehajtott kártyákra írt állításokat ad a csoportoknak. A csoport minden tagja egy-egy állítást rajzban ír le a többieknek (activity-szerűen). A többiek rajz alapján kitalálják az állítást, és megállapítják róla, hogy kijelentés-e. A végén egyeztetnek a csoportok. (Ha nem tudják, mi a kijelentés és az állítás között a különbség, a tanár elárulja a csoportoknak.)

A tanár kártyát ad a csoportnak, amelyre egy hosszabb állítás van írva. (Pl. Tegnap délután nagy moziban voltam a legjobb barátommal.) A csoport minden tagjának egy-egy mondatrészt kell tagadnia. A feladat akkor teljesült, ha a csoport minden tagja tudott tagadni. Minden csoport felolvashatja a legérdekesebben hangzó megoldásait. (Pl. Tegnap délután nagy moziban voltam a legjobb nem barátommal. Vajon ki lehet ő?)

A tanár ad egy kártyát minden csoportnak, amelyre egy egyszerű kijelentés van írva. (Pl. A kutya ugat.) A csoport tagjai sorba egy-egy logikai műveletet (tagadás, és, vagy) hajtanak végre a kijelentésen. Az egyszerűség végett használhatnak zárójeleket is. Pl. A kutya nem (ugat és béget) vagy ugrál. A végső változatot a csoportok felolvashatják egymásnak, és megpróbálhatják kifejteni, hogy végül is mit állít az adott mondat. Kiindulásul ugyanazt a mondatot is kaphatják a csoportok, de lehet más-más mondat is.

Minden csoport eggyel több egyszerű kijelentést kap, mint ahányan vannak. A kijelentések között szerepelnek igaz és hamis állítások egyaránt. Az egyik kijelentés a kiinduló mondat, ahhoz kell a csoport egyik tagjának hozzáfűzni a másik kijelentést. A következő csoporttag már az összefűzött mondathoz kapcsolja a saját kijelentő mondatát. Mindenki egyszer tagadhat. A lényeg, hogy a végső mondat igaz kijelentés legyen!

A tanár annyi színes dobókockát tesz az egyik csoport elé, ahányan vannak. Valaki egy kockát eltesz úgy, hogy csak a csoport tagjai láthassák, hogy milyen színűt tett el, a többi csoport pedig ne. A többi csoport sorban haladva, egy-egy kijelentést megfogalmazva próbálja kitalálni, hogy kinél milyen színű kocka van. A kijelentést tevő személy szerint kérdez valakit a kockarejtő csoportból. A válasz viszont csak az igaz, hamis vagy passz lehet. (Alapból mindenki igazmondó, de nehezítésképpen lehet választani valakit, aki mindig hazudik. Viszont, hogy létezik egy mindig hazudó, arról tudnia kell a többi tanulónak is. Természetesen a hazudós személyét is ki kell találni.)

Házi feladat: A következő órára a tanulók az interneten nézzenek utána annak, amit a következtetésről érdemes tudni! Gyűjtsenek tételeket a korábbi ismereteik alapján!

Páros és egyéni foglalkozás

A munkafüzet 2.1. fejezetének 3–5. feladatait a tanulók önállóan oldják meg, majd a párjukkal megbeszélik a megoldást, végül a tanárral is egyeztetnek.

A tanulók párosával oldják meg a tankönyv 3–5. feladatait.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

A tanulók tavaly már tanulták az óra anyagát, így várhatóan lesznek olyanok, akik jól emlékeznek az akkor tanultakra, mások viszont kevésbé.

Ha a foglalkozás alatt a tanulókban a tanult anyaggal kapcsolatos kérdések merülnek fel, a tanár nyugodtan válaszolhat nekik, nem követ el csalást a többi tanulóval szemben, mert nekik is ugyanúgy elmagyarázhatja az adott részt, amennyiben igényt tartanának rá. A felmerült kérdésre adott választ a tanuló intenzíven igyekszik megérteni, mert az adott helyzetben nagyon nagy szüksége van rá.

A kétféle módszert tetszés szerint lehet keverni is.

A munkafüzet 2.1. fejezetének 1–2. feladata mind a két módszernél nagyszerűen alkalmazható.

2.2. Következtetés

Alapcélok

A tanulók tudják: ha a feltétel igaz, akkor biztosan igaz a következmény is.
A tanulók tudják, hogy egy tételben a következményt és a feltételt megcserélve a tétel megfordítását kapjuk!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A tankönyv 2.2. fejezetének 1. feladat mintájára készült táblázat keretét megkapja minden csoport. (A konkrét állítások nem szerepelnek a táblázatban.) Minden csoport kis papírcsíkon kap 2 állítást, valamint azok tagadását is. A papírcsíkokat a tankönyvi feladat mintájára kell elhelyezni a táblázatban.

A munkafüzet 1., 2.+3., 5. és 6. feladatait kiosztjuk a csoportoknak. (Szükség esetén több csoport is kaphatja ugyanazt a feladatot.) Minden csoport közösen megoldja a rá jutó feladatot. Ki kell találniuk két hasonló feladatot. Minden csoport képviselője kiselőadás formájában előadja a feladatának a megoldását, a két kitalált feladatot pedig megoldatja a többiekkel.

A tanár elmagyarázza a csoportoknak a tételmegfordítás lényegét. Ezek után minden csoport a többi csoport számára készít egy-egy helyes következtetést. Amikor elkészültek, akkor az egyik csoport felolvassa a megfelelő csoport számára a következtetést, amit annak a csoportnak a szóvivője megfordít, és eldönti, hogy igaz-e. Ha sikerül, akkor a megoldó csapat kap pontot, ha nem, akkor a feladó csapat.

A tanár matematikai következtetéseket (pl. Tk. 2. feladat, vagy négyszögekre, háromszögekre vonatkozó állításokat) oszt ki a csoportok között, amelyek közül egyet-egyet a csoport minden tagja megfordít. A csoportok megkérik a másik csoport egy-egy tagját, hogy olvassák fel a megoldásukat. (Csoporton belül nem csalás egyeztetni a megoldást.)

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanári útmutatással együtt gondolják át a tankönyv 1. feladatát!

A munkafüzet 1–3. és 5–6. feladatainak megoldása páros munkával. A tanárral közösen beszélik meg a megoldást.

A tétel megfordításának módját megbeszélik közösen a tanárral, majd áttekintik a tankönyvi példákat.

A párok egyik tagja kitalál egy következtetést, a páros másik tagja pedig megfordítja. Együtt döntik el a megfordítás igazságtartalmát.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

Azok, akik már végeztek a feladatukkal, foglalkozhatnak a munkafüzet 2.2/4. feladatával.

2.3. Problémamegoldási módszerek

Alapcélok

A tanulók tudjanak megoldani szöveges feladatokat!

Önálló munka

A tankönyv és a munkafüzet feladatai eredetiek és önálló megoldásuk intellektuális örömet okoz, így ezen az órán a csoportos foglalkozásnak és a páros munkának nincs sok értelme.

A házi feladat megbeszélése után a munkafüzet feladataival érdemes kezdeni az órát. A feladatokat némi gondolkodási idő után közösen érdemes megbeszélni.

Munkafüzet faladatainak megoldása

feladat: Máté vasárnapra gondolt, mert csak szombaton szerepel együtt a foci és az olvasás. Dóri hétfőre gondolt, mert azon a napon nincs se számítógépezés, se olvasás.

feladat: Kezdéskor kilövik mind a négy rakétát. A 30. percben is kilövik az esedékes rakétákat. 16 piros+11 zöld+8 fehér+7 sárga=42 rakéta.

9:04, 9:06, 9:08, 9:10, 9:15, 9:16, 9:18, 9:28.

9:12, 9:20, 9:24, 9:30.

9:00.

1 hüvelyk<1 láb<1 rőf<1 öl<1 mérföld.

a) Nem lehet eldönteni. b) Nem lehet eldönteni.

Gyapjú pulóver B, kék ing C, zakó A.

Tankönyv feladatainak megoldása

feladat: Az autóval járás előnyei és hátrányai: Nem elegendő az autó költségei között csak az üzemanyag árát számolni. (Átlagos fogyasztás 100 km-re. Kb. 7-8 liter lehet. Egy hónapban 800 km-t vezet a munkahelye és az otthona között, ez 8×8=64 liter benzint jelent. Ha a benzin literenkénti ára 400 Ft, akkor az üzemanyag 25600 Ft-ba kerül. Az autóhasználat azonban nem csak ennyibe kerül, az alkatrészek kopnak, az olajat is rendszeresen ki kell cserélni. Az autó használata mellett szól, hogy sok időt lehet megtakarítani vele, nincs menetrendje, és olyan helyekre is eljut, ahol nincs közösségi közlekedés. Az idősebb rokonok kórházba szállíthatók vele, a fiatal gyermekeket óvodába, iskolába vihetjük. A gépkocsival nagy tömegű áruk is szállíthatók, így munka után olcsóbban be lehet vásárolni vele.

A 200 km-ből kiszámolható, hogy a munkahely nagyjából 20 km-re van. (Heti ötször oda-vissza 10 menetet jelent.) Budapesten a bérlet minden közösségi járatra jó, így átszállás esetén is jelentősen olcsóbb a közlekedés. Vidéken a bérlet járatra szól, és az ára a távolságtól függ. Átszállás nélkül a közlekedés olcsóbb, átszállással már lehet, hogy nem. Viszont lehet, hogy ritka a járatszám, így a napban sok holtidő alakulhat ki.

feladat: A rendelkezésre álló adatok olyanok, mint az életben. Egyes információk több állításból is kikövetkeztethetők, viszont létezik olyan információ, aminek megállapításához nincs elegendő adat.

A mondatokból közvetlenül a következők derülnek ki.

Hányadik	Hánykor	Ki	Honnan	Motor	Szendvics
1.	13:00	Pisti	Győr		
2.	13:15	Márti	Eger		Hamburger
3.	13:30				
4.	13:45	Misi			

Szilvi a harmadik. A Pécsről érkezett barát előbb ért oda, mint a suzukis. Tehát Szilvi pécsi, Misi a suzukis. Misi Szegedről jött. Márti motorja Harley-Davidson. Valamelyik Márti utáni halas szendvicset evett, de Misi a szegedi, marhasültet evett. Szilvi halas szendvics. Csak Pisti ehetett csirkés szendvicset.

Hányadik	Hánykor	Ki	Honnan	Motor	Szendvics
1.	13:00	Pisti	Győr		Csirkés

2.	13:15	Márti	Eger	HD	Hamburger
3.	13:30	Szilvi	Pécs		Halas
4.	13:45	Misi	Szeged	Suzuki	Marhasült

Szilvi nem a Honda motorral jött, így csak a Pisti lehetett a „hondás", neki kell elküldeni a csomagot.

feladat. Néhány gondolat a teljesség igénye nélkül. Svájcban nagyon finom csokoládék készülnek, így nem csoda, hogy ott a legmagasabb az egy főre jutó fogyasztás. A Franciaország után következőkről nem tudjuk eldönteni az adatok alapján, hogyan fogyasztottak csokit 2012-ben, mert róluk nincs a táblázatban információ. Franciaország és Norvégia kicsit visszaesett, de tekinthetők úgy is, hogy a fogyasztásuk stagnál. Belgium, Németország, Ausztria csokoládéfogyasztása jelentősen visszaesett. Ennek oka vagy gazdasági visszaesés lehetett (a világválság nem viselte meg ezeket az országokat jelentősen), vagy érvényesülhetett valamiféle csokoládéellenes propaganda, esetleg lehet más ok is. Dánia, Kanada, Egyesült Királyság és Írország nem volt rajta a 2002-es táblázaton, vagyis fogyasztásuk nem érte el a 3,4 kg-ot, 2012-ben pedig 6,4 kg felett van. Valószínűleg ezekben az országokban divatba jött a csokoládéfogyasztás. (Csak a táblázat adatait figyelve, el lehet rugaszkodni a valóságtól. Például USA-ból a „csokifalók" kivándoroltak Kanadába, a csokit nem szerető kanadaiak pedig az USA-ba vándoroltak, így változtatva meg a statisztikát.)

feladat. Nehéz a köztudatban és a médiában terjedő információk alapján a cukorkérdésben igazságot tenni. Valószínűleg a cukorra is igaz lehet, ami minden más élelmiszerre is, hogy a mértéktelen fogyasztása biztosan káros, viszont kevés belőle nem annyira veszélyes, vagy talán, éppen mint a gyógyszernél, hasznos is lehet.

A cukorpótló szereknek is lehetnek káros hatásaik. Az internet rengeteg információt tartalmaz a cukorfogyasztás mellett és ellen is. Érdemes az osztályt két részre osztani, és némi felkészülés után kulturált, a tanár által moderált vitát tartani a kérdésben.

Béla, Dani, Ádám, Cili.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

A probléma olyan helyzet, amelyben a cél eléréséhez szükséges út rejtett. A problémamegoldás során ezt az utat keressük meg. A problémamegoldás alapvető lépései.

1) A cél pontos meghatározása;

2) a megoldás számára fontos adatok begyűjtése, rendszerezése;

3) a megoldási lehetőségek és a velük járó lehetséges következmények számbavétele;

4) a leghatékonyabbnak tűnő megoldás kiválasztása.

Felmerülhet az órán, hogy a munkafüzet 3. feladatában a mérföld nem 8353,6 méter, hanem 1609 méter. Ez valóban így van, de a feladat megoldását ez nem befolyásolja.

2.4. Halmazok

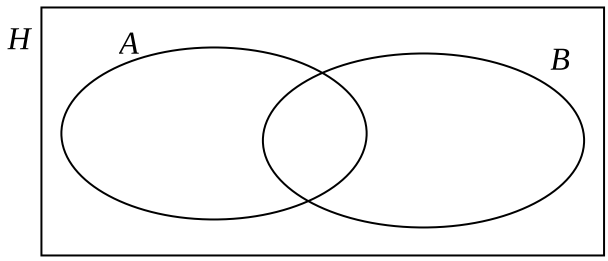
Alapcélok

A tanulók tudják a Venn-diagramot felrajzolni és kitölteni, illetve a Venn-diagram részhalmazait értelmezni!
A tanulók tudják használni a halmazok elemszámára vonatkozó logikai szitát!

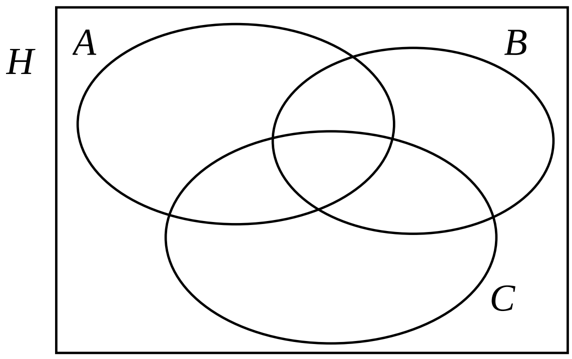
Csoportos foglalkozás

A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A tanár a csoportoknak két A4-es méretű lapot ad, amelyeken egy alaphalmazos kétkarikás (A, B, H) és egy alaphalmazos háromkarikás (A, B, C, H) Venn-diagram látható. A tanár kis papírdarabokat ad a csoportoknak, valamint nevet ad a halmazoknak. A csoportoknak el kell rendezniük a számokat a Venn-diagramon.



Az elemek: 0-tól 20-ig az egész számok. *A*:={kettővel osztható számok}, *B*:={hárommal osztható számok}. Kérdések lehetnek: Melyek a kettővel osztható és hárommal nem osztható számok? Hová kerültek a 2-vel sem és a 3-mal sem osztható számok? Több kérdést is ki lehet találni.



A tanár kis Venn-diagram ábrákat tartalmazó lapot oszt ki a diákok között. A tanár definíció szerint nevezi a területeket, pl. az A halmaz elemei, amely nem tartalmazza a B halmaz elemeit. A diákoknak pedig be kell satírozni a lapon a megfelelő részt vagy részeket. (Itt lehet megtanítani a különbséghalmazt és a komplementer halmazt.)

Az elemek: 0-tól 20-ig az egész számok. *A*:={prímszámok}, *B*:={öttel osztható számok}. Az egy és a nulla hová került? Mi került a közös részbe? Hány olyan elem van, amely prím, de nem osztható 5-tel, vagy osztható öttel, de nem prím? Érdeklődés szerint több kérdést is ki lehet találni.

Az elemek: 0-tól 20-ig az egész számok. *A*:={páros számok}, *B*:={hárommal osztható számok}, *C*:={öttel osztható számok}. Melyek azok a számok, amelyekre mind a három tulajdonság teljesül? Melyekre nem teljesül egyetlen tulajdonság sem? Hány olyan szám van, amelyikre pontosan egy tulajdonság teljesül? Minden csoport tegyen fel legalább egy kérdést a többi csoport számára!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

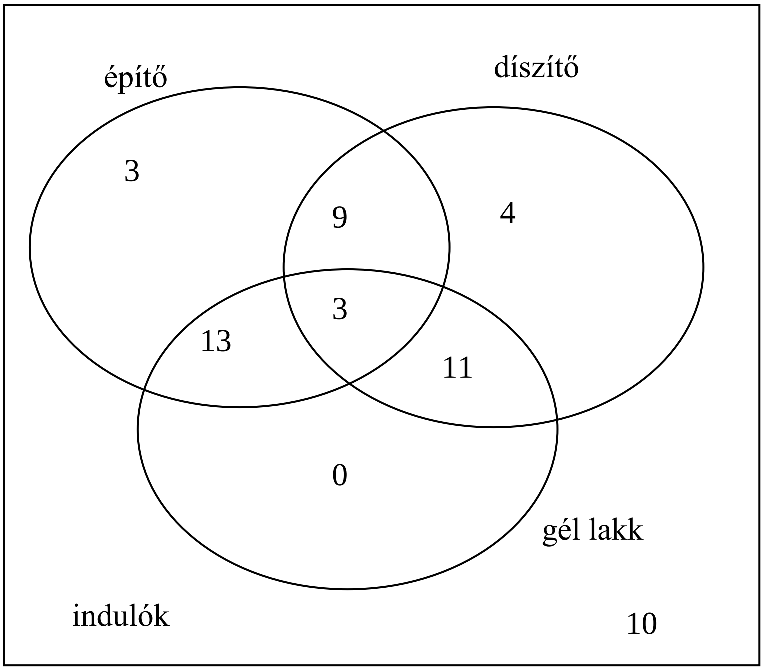
A tankönyv 2.4. fejezetének 1–3. feladatainak közös megoldása.

Feladat. (Pl. Sportolsz-e? Játszol-e valamilyen hangszeren? Szoktál-e rendszeresen sorozatokat nézni?)

Feladat A: valós számhalmaz. B: irracionális számhalmaz. C: Racionális számhalmaz. D: egész számhalmaz. E: természetes számok.

Logikai szitával megoldva a feladatot.

a)



b) 10 fő.

Munkafüzet feladatai

feladat. a) {3; 6; 9; 12; 15; 18}.

b) {2; 3; 5; 7}.

c) {k, e, d}.

d) {16; 25; 36; 49; 64; 81}.

feladat. a) {A péntek mássalhangzói.}

b) {5-tel osztható, 30-nál kisebb kétjegyű pozitív egész számok.}

c) {Földrészek.}

a) 10. H={1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}.

Metszet={3; 9}

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

A tanulók kilencedikben tanulták az unió, a metszet műveletét, de nem tanulták a különbséghalmazt és a komplementer halmazt. A teljesség kedvéért érdemes ezekről a halmazokról is néhány szót ejteni.

2.5. Játékok és matematika

Alapcélok

A tanulók ismerjenek meg minél több játékot, és ismerjék fel a nyerő stratégiákat!

Csoportos foglalkozás

Kő, papír, olló: A tanár kihív egy tanulót, és bemutatja vele a játék szabályait. Háromra egyszerre mutatnak: az ökölben maradt kéz a kő, a nyitott tenyér a papír, és a vágásra nyitott két ujj az olló. A kő csorbítja az ollót, az olló vágja a papírt, a papír becsomagolja a követ. Ez jelenti a győzelmi sort is.

A csoportokon belül vívjanak körmérkőzést a tanulók, valamint a csoportgyőztesek nyilvánosan küzdjenek meg egymással is!

Snóbli: Ezt a csoportok együtt játszhatják. A tanár minden tanulónak ad három korongot. A tanulók valamennyi korongot az egyik kezükbe rejtenek, de titkolják a maradék korongok számát, mert abból következtetni lehetne az elrejtettek számára. Ezek után az elrejtett korongokat tartó kezeket előre teszik, és adott sorrend alapján mindenki tippel a kezekben lévő korongok összes számára. Nehezítés, hogy nem lehet ugyanazt a számot tippelni. Mikor mindenki tippelt, megmutatják korongjaikat, és eldöntik, ki a győztes. A játék új rejtéssel folytatódik.

Bás: A játékosok adott sorrendben dobnak egymás után 2 kockával. A dobást csak a dobó láthatja, dobását két kezével takarnia kell a többiek elől. Ha a két kocka különböző, akkor a nagyobbat szorozni kell 10-zel és hozzáadni a kisebbet (pl. 1, 3 esetén 3×10+1=31). Egyenlő értékek esetén bást dobtunk. Megállapodás szerint a legnagyobb érték a 21. A következőnek mindig nagyobbat kell bevallania az előzőnél. Megteheti, hiszen a többiek nem látják a dobását. A soron következő választhat, hogy elhiszi-e vagy sem az előtte bemondott állítást. Kétkedés esetén megmutatja a dobást. Ha igazat állított, ő nyer, ha nem, akkor a kétkedő fél. A kétkedőtől indul elölről a játék.

21 esetén sem kell feltétlenül visszakérdezni, mert 21-et viszont 21 után is lehet még „dobni”.

A dobások értéke növekvő sorrendben: 31, 32, 41, 42, 43, 51, 52, 53, 54, 61, 62, 63, 64, 65,1-es bás, 2-es bás, 3-as bás, 4-es bás, 5-ös bás, 6-os bás, 21.

Páros és egyéni foglalkozás 1.

A házi feladat megbeszélése.

A tankönyv példájának megbeszélése. (Tk. 1. feladat)

A 2. feladatban nyerő stratégiája a kezdő játékosnak van, ha azt eltéveszti, akkor veheti át a kezdeményezést a másodiknak jövő játékos. Az elemzést a végső lépéseknél érdemes kezdeni. Ha már csak három mező maradt, akkor a soron következő akár egyet, akár kettőt húz ki, a másik versenyző satíroz utoljára. A versenyzőnek a megelőző lépésnél is arra kell törekedni, hogy ez a három üres mező alakuljon ki. Ez pedig a hat üres mezőnél lehetséges, mert akármit is választ a másik fél, a kezdeményező ki tudja egészíteni a válaszát három üres mezőre. Vagyis mindig hárommal osztható üres mezőt kell előállítani. Ezt pedig 25-ről a kezdő versenyző teheti meg, mégpedig egy satírozással 24 üres mezőt előállítva, ezután 21, 18 stb. üres mezőre kell satírozni.

3. A játék neve Nim. Tetszőleges számú kupac is lehet, tetszőleges számú kaviccsal. Két kupac esetén a nyerő stratégia az, hogy a kupacokban a darabszámot mindig egyenlővé kell tenni.

4. a) A nyolc gyaloggal egyet vagy kettőt tud lépni, valamint a két ló tud két helyre ugratni, vagyis a megoldás: 20 kezdőlépést tud tenni a kezdő világos.

b) Ezzel a gyaloggal már csak egyet léphetnénk, de ez nem biztos, mert a sötét már elé szokott lépni a gyalogjával. Ekkor nem lehet lépni vele. Vagy ütésbe is léphet mellé egy gyaloggal, és akkor az ütés is közbeléphet. De a futóval és a királynővel is többfélét lehet lépni, valamint léphet már a király is. A kérdésre már nem lehet egyértelműen válaszolni.

5. (3.) a) 4-4-3 csoportba soroljuk a testeket. A két négyest mérjük először. Amelyik serpenyő felemelkedik, abban a csoportban van a könnyebb. Abból a csoportból egyet-egyet teszünk a serpenyőkbe. Amelyik felemelkedik, az a keresett pénz, és két mérésből megtaláltuk, ha nem, akkor a maradék kettőt tesszük fel egy-egy serpenyőbe, és a felemelkedő a keresett. Ekkor három mérés kellett. Egyensúly esetén a hármasban van a keresett érme. Kettőt felteszünk, amelyik felemelkedik, az a keresett. Amennyiben egyik sem emelkedik fel, úgy a harmadik az. Ekkor is csak két mérés történt.

b) Osszuk 4-4-3 csoportra! A két négyest mérjük össze! Ha egyenlők, akkor biztosan valódiak, a hármas csoportban van a hamis. Válasszunk három igazit, és mérjük össze a hamisat tartalmazó csoporttal! Ezzel eldönthetjük, hogy a hamis könnyebb-e vagy nehezebb. Ezek után a hármasból egy méréssel megállapítható a hamis. Ha a két négyes lebillen, akkor a hármas igaz.

Ha elbillen a mérleg a két négyessel, akkor alkoholos filccel meg kell számozni a pénzérméket. Az első serpenyőben lesznek az 1, 2, 3, 4 számozásúak, a másodikban az 5, 6, 7, 8 számozásúak, és a biztosan jó érmék a 9, 10, 11.

A következő mérés előtt variálni kell az érméket. Az első serpenyőbe a 1-es, 5-ös, 9-es, 10-es kerül, a másodikba pedig a 2-es, 3-as, 6-os, 7-es érme. Csak egy eredeti marad az első serpenyőben (1), egyet kiteszünk a serpenyő mellé (4), a másik kettőt pedig áttesszük a második serpenyőbe (2, 3). A második serpenyőben két eredeti marad (6, 7), egy átkerül az első serpenyőbe (5), és egy a serpenyő mellé jut (8).

Ha egyenlő lesz a két serpenyő, akkor a hamis két serpenyő melletti (4, 8) között van. A 8-ast összemérjük a jó 11-essel. Ha 8 lesüllyed, akkor ő a nehéz hamis, ha egyenlő, akkor a 4-es a könnyű hamis pénz.

Ha a serpenyők billenése ugyanaz marad, tehát az első emelkedik, akkor vagy az első serpenyőben maradó 1-es könnyű, vagy a 6-os és 7-es közül valamelyik nehéz. Egy méréssel összehasonlíthatjuk a 6-os és 7-es között. Amelyik lesüllyed, az a nehéz hamis pénz, ha egyenlők, akkor az 1-es a könnyű hamis pénz.

Ha az első serpenyő lesüllyed, akkor vagy 5-ös a nehéz hamis, vagy 2-es, 3-as közül az egyik a könnyű. Egy mérés 2-es és 3-as között. A hamis felemelkedik. Ha egyenlő marad, akkor az ötös a nehéz hamis pénz.

c) Szorgalmi feladat.

6. (4) Már bebizonyították, hogy 9x9-es tábláig mindig a kezdő a nyerő, ha nem hibázik. Azért, hogy ez ne következzen be, életbe léphet a Pie-szabály, miszerint a második játékos első lépése lehet az, hogy felcseréli a színt, így a kezdő nyerő állását magáénak választhatja. Vagyis a kezdő játékos csak egy átlagos lépéssel fog kezdeni. A jó stratégia az, hogy az első követ a másiktól minél távolabb helyezzük el.

7. (6) A snóblival kapcsolatos gondolatok a csoportfoglalkozásnál szerepelnek.

Páros és egyéni foglalkozás 2.

A munkafüzet feladatait a tanulók párban oldják meg.

Az egyik láncot négyszáz forintért szétszedetjük szemeire, majd ezekkel a szemekkel összefűzzük az öt négyszemű láncot.

Az egyik megoldás: Bal felsőtől haladva 0, 5, 1, 3, 2, 4.

A gyerekek sorrendje: Szilvi, Gergő, Misi, Kati.

Fanni tetszik Karesznak, Jutka tetszik Péternek.

A középső szám négyzetszámként 0, 1, 4, 9 lehet, de a páratlanság feltétele csak az 1, 9 megoldást engedi. A harmadik feltételt vizsgálva a 0, 3, 6, 9 számok a hármas szorzótábla elemei, de ezek összege sehogy sem lehet 1. Így a középső szám csak a 9 lehet. A 9-et viszont 0+9 vagy 3+6 formában lehet előállítani. Így a keresett szám 9x90x, 3y96y, 6y93y alakú lehet. A számjegyösszeg feltételből pedig x vagy y csak 5 lehet. Vagyis a számok: 95909, 35965, 65935.

Minden megoldásnál összesen 8 darab x-nek kell szerepelnie.

9-cel kezdeni, majd a társ által kiegészített összeget 19-re, majd 29-re, végül 89-re kell kiegészíteni. 89-ről a társ csak 90 és 99 közötti számot tud mondani, amelyet 100-ra tudunk kiegészíteni.

A-I, B-I, G-L, G-É.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

2.6. Versengés vagy kooperáció

Alapcélok

A tanulók ismerjék fel, hogy mikor érdemes versengeni és mikor érdemes kooperálni!

Csoportos foglalkozás

A csoportok az alábbi játékokat próbálják ki!

A csoportba szerveződő tanulók kipróbálhatják a tankönyv 2.6. fejezet 1. feladatát. A tanár a becsukott szemű játékosok fejére színes vagy fekete-fehér újságból hajtogatott csákót helyezhet.

(A megoldás szerint a tanulók megállapodnak, hogy sorrendbe állnak, és az első színest mond, ha páros számú színes csákót lát. Fekete-fehéret, ha páratlan számú színes csákót lát. A következő megszámolva az előtte lévő színes csákókat és figyelembe véve az előtte szóló páros vagy páratlan állítását, ki tudja találni, milyen csákó van a fején. Így az összes többi tanuló is ki tudja találni.)

A csoportok tanulmányozzák a tankönyv 2.6. fejezetének példáját és 2. feladatát. 6-tól a kéttehenes gazdánál már a kéttehenes gazdák is rosszabbul járnak, mert csak 8 liter tejet fejnek.

Akkor járnak jól a gazdák, ha betartják a megállapodást, de a nyerészkedő túl jól jár. Ezért aztán mindannyian nyerészkedni szeretnének, de ekkor mindannyian rosszul járnak. Aki vissza akar lépni, az mindenképpen rosszul jár.

Keressenek életszerű példát, amikor a szabályszegő jobban jár, de a közösség összességében rosszabbul jár a szerződés megszegésével (pl. környezetszennyezés, esőerdők irtása, fogolydilemmák stb.).

A csoportok képviselői írásvetítőre tett négyzethálón amőbacsatát tartanak, és a csoport tagjai segítenek nekik.

A csoportok a tankönyv 2.6. fejezetének 4. feladatát tanulmányozzák.

Házi feladat: A tanulók olvassák el a tankönyv 2.7. fejezetének elméleti részét! (Taktikáig.)

Páros és egyéni foglalkozás

A munkafüzet feladatait a tanulók párban oldják meg!

a) Fürge Feri: 3000 Ft, 750 Ft. Kitartó Tibi: 3400 Ft, 850 Ft. Gyors Réka: 3600 Ft, 900 Ft. Sprint Tekla: 3400 Ft, 850 Ft.

b) Egy tanuló 1400 Ft-ot gyűjtött. 56 tanuló futott.

2. Juli előtt *x*-en, Fanni előtt *x* +3-an, Erika előtt 2 *x* -en álltak, így 4 *x* +3=11. *x* =2. Fanni előtt 5-en Juli előtt 2-en, Erika előtt 4-en álltak. Juli kerül sorra leghamarabb.

3. a) $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ mérkőzés van összesen. Ez $28:4=7$ fordulót jelent.

b) A fordulókiosztás helytelen, A-nak ellenfele H is, B is.

c) Egy lehetséges beosztás: 1. forduló: A-G, E-F; 2. forduló: A-E, F-G; 3. forduló: A-F, E-G. 3 fordulóban tudják megtartani a középdöntőt.

d) A győztes optimális esetben mind a három mérkőzését megnyeri, így 6 pontot kap.

2.7. Gyakorlati problémák megoldása

Alapcélok

A tanulók értsék a szöveges feladatokat, és képesek legyenek megoldásokat kitalálni!

Páros és egyéni foglalkozás

A munkafüzet feladatait a tanulók párban oldják meg!

A-J: 129 kg. B-H: 119 kg. C-F: 119 kg. D-G_ 119 kg. E-I:119 kg.

A bejárós feladat két esetben oldható meg. Ha minden teremnek páros számú ajtaja van, akkor mindegy, honnan indul az illető, minden ajtón át tud haladni. A másik esetben pontosan két páratlan ajtószámú teremnek kell lenni, természetesen a többi terem ajtóinak száma páros kell, hogy legyen. Az egyik páratlan ajtószámú teremből kell indulni, és a másikba érkezik az út. A labirintuson kívüli térnek csak egy ajtaja van, így ez az indulási pont, majd a 6-os terem a másik páratlan ajtószámú terem, amelyben végződik a király sétája, tehát ott a trónterem.

a) Jelöljük B-vel a búzazsák tömegét, R-rel a rozszsák tömegét. A két állítás matematikai felírása: $\begin{matrix} 3B+2R=408 \\ 1B+2R=240 \end{matrix}$. Látszik, hogy a két tömeg különbségét, 168 kg-ot két búzazsák okozza. Így egy búzazsák B=84 kg tömegű. Két rozszsák tömege 240 kg–84 kg=156 kg. Egy rozszsák tömege R=78 kg.

b) S a sonkás szendvics ára, T a tea ára, P a pirítós ára. Az állításokat matematikai formába öntve: $\begin{matrix} S+T=350 \\ S+P=400 \\ P+T=280 \end{matrix}$. Ha minden párost megveszünk, akkor 350+400+280 forintot költünk, és cserébe mindenből kettőt kapunk. Így ha mindenből csak egyet szeretnénk, akkor 515 forintot kell kiadnunk.

a) A műveletek balról jobbra:	+5	·10	:4
Műveletek jobbról balra: ·	4	:10	-5

b) 10·(x+5):4.

c)

A gondolt szám					-2,6	-8,2	-4
Eredmény	17,5	52,5	7,5	13,75			

A lehetőségek.

V	P	D	P	SZ	V
V	P	D	SZ	P	V
V	P	SZ	P	D	V
V	P	SZ	D	P	V
V	D	P	SZ	P	V
V	SZ	P	D	P	V

Házi feladat: A tanulók oldják meg a tankönyv 1–4. feladatát!

2.8. Kombináció, variáció, gráfok

Csoportos foglalkozás

A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok osszák fel egymás között a munkafüzet 1–7. feladatait, és a megoldásokat a tanár moderálásával mutassák meg egymásnak!

Házi feladat: A tankönyv 2.9. fejezetének elméleti részének elolvasása.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

Tankönyv feladatai

feladat. a) Az egyik csapat egyik játékosa a másik csapat 11 játékosával fog kezet. Mivel 11 játékos van az egyik csapatban, ezért a kézfogások száma 11·11=121.

b) A játékvezető a 22 játékossal fog kezet.

A bal szélső házat 7-féle színnel lehet kifesteni. Viszont akármelyiket választjuk is ki, a következő házat már csak 6-féle színre festhetjük, a „minden ház különböző színű kell, hogy legyen” feltétel miatt. Két színt felhasználtunk, a harmadik ház színe már csak 5 színből választható ki stb. A lehetőségeket össze kell szorozni. 7·6·5·4·3=2520 a lehetőségek száma.

Próbálgatással: 5+4+3+2+1=15. 6 fős a társaság.

5·4·3·2·1=5!=120 ötjegyű szám lesz. a) Az utolsó helyre 2-féle szám kerülhet, az elsőre 4-féle, a másodikra 3-féle, a harmadikra 2-féle, az elsőre pedig már csak egy. 2·4·3·2·1=2·4!=48.

b) Mivel számjegyek összege 5+4+3+2+1=15 osztható hárommal, így minden felírt szám osztható hárommal. Ezek közül a páros számok pedig oszthatók kettővel is, vagyis hattal. 48 szám osztható hattal.

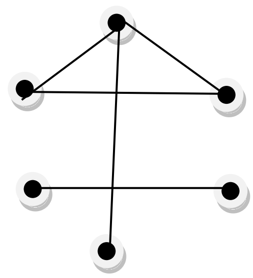
a) Az ismétléses variáció feladattípusba tartozik a feladat.

b) Az a feladat, amikor 14 hely van, és számít a sorrend, valamit minden helyre 3 különböző dolgot tehetünk egymástól függetlenül.

c) Minden helyre 3-féle jelet lehet írni. Így a 14 hely esetén 3^{14}=4782969 lehetőség van. 4782969·70 Ft=334807830 Ft.

Minden számhoz háromfélét lehet dönteni: 3^{11}=177147.

Munkafüzet feladatai



Ha *n* a csoport tagjainak száma, akkor $\binom{n}{3}=\frac{n!}{3!\cdot(n-3)!}=\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{6}$.

Ha *n* az iskola tanulóinak száma, akkor $\binom{n}{3}=\frac{n!}{3!\cdot(n-3)!}=\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{6}$.

a) Minden meccsnek három kimenetele lehet, így $3^5=243$.

b) A 12 csapat 6 meccset játszik. 6 meccsnek $3^6=729$ kimenetele lehet.

A spanyol bajnokságban a csapatok keretszáma 25 fő. Ebből választanak ki 11-et. $\binom{25}{11}=\frac{25!}{11!\cdot 14!}=4457400$ lehetőség. Ha a posztokat is figyelembe akarjuk venni, akkor az interneten kell kikeresni, hogy egyes poszton hányan vannak.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

2.9. Valószínűség

Alapcélok

A tanulók tudják, hogy a véges kimenetelű események valószínűségét a kedvező elemi események számának és az összes elemi esemény számával kapjuk meg!

Csoportos foglalkozás

A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportokon belül a tanulók közösen oldják meg a munkafüzet 1. feladatát! A legszellemesebb biztos eseményt és lehetetlen eseményt találják ki, és a csoportok osszák is meg egymással ötleteiket!

A csoportokon belül osszák ki a munkafüzet 2–3. feladatának részfeladatait!

A csoportok egy-egy kockát, egy-egy pakli magyar kártyát és egy-egy darab pénzdarabot kapnak. 6 valószínűségi feladatot kell kitalálniuk. (Pl. mi a valószínűsége, hogy pirosat húzunk vagy ászt húzunk?) Ezek után hangosan elmondják a többi csoport számára, akik magukban megoldják. Amelyik csoport több feladatot oldott meg jól, az a győztes.

A tankönyv 2–5 feladatának közös megoldása.

Házi feladat: A tankönyv 2.10. fejezetének elméleti részének és 1. példájának átolvasása.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanárral közösen beszélje meg a tanulói közösség a valószínűség-számítás legfontosabb fogalmait (az elemi esemény és az elemi esemény valószínűségét, a biztos és lehetetlen eseményt stb.)!

A tanulók oldják meg a tankönyv 1. feladatát!

A tankönyv 1. példáját közösen beszéljék meg a tanulók!

Páros munkával oldják meg a tankönyv 2–6. feladatát!

Házi feladat: A munkafüzet 1–3. feladatainak megoldása.

2.10. Statisztika a hétköznapokban

Alapcélok

A tanulók számadatok alapján tudjanak következtetéseket levonni!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A tanulók csoportokba szerveződve oldják meg a munkafüzet 1–2. feladatát!

A tanulók oldják meg a tankönyv 1. feladatát!

Házi feladat: A tanulók a tankönyv 2.11. fejezetének 5. és 6. feladatát oldják meg, a 2. példa alapján!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók a tanárral közösen beszéljék meg a tankönyv első példáját!

A tanulók oldják meg a tankönyv 1. feladatát!

A tanulók oldják meg a munkafüzet 1. feladatát!
A tanulók oldják meg a munkafüzet 2. feladatát!

Házi feladat: A tankönyv elméleti részeinek elolvasása.

2.11. Algebrai kifejezések

Alapcélok

A tanulók tudják a képletek használatának módját, be tudják helyettesíteni az adatokat, és a behelyettesítés után ki tudják fejezni az ismeretlent!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok között felosztjuk a feladatgyűjtemény 2.11. fejezetének 1–5. feladatait, majd néhány perces készülés után a csoportok előadói segítik, esetleg megmutatják az adott feladat megoldását az egész tanulói közösség számára.

A csoportok között felosztjuk a feladatgyűjtemény 2.11. fejezetének 1–5 feladatait, majd néhány perces készülés után a csoportok előadói segítik, esetleg megmutatják az adott feladat megoldását az egész tanulói közösség számára.

A feladatgyűjtemény 6. feladatát versenyben oldják meg a tanulók!

A tankönyv 2.11/1. feladatát kiosztjuk a csoportok között, és a tanulók együttesen oldják meg.

A tankönyv 2.11/2. feladatát kiosztjuk a csoportok között, és a tanulók együttesen oldják meg.

Házi feladat: A tanulók oldják meg a a feladatgyűjtemény 2.12. fejezetének 1. feladat a) pontját! A tanulók otthon áttekintik a tankönyv 2.12 fejezetének 1–3. példáját is.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók párban megbeszélik a tankönyv 1. feladatát.

A tanulók párosítják a tankönyv 2. feladatában szereplő képleteket a fogalmakkal. Az azonosított képletek segítségével kiszámolják a feladatban szereplő mennyiségek értékeit.

A tanulók megoldják a tankönyv 5. feladatát.

A tanulók párban kiszámolják a munkafüzet 2. feladatát.

A tanulók kitöltik a munkafüzet 6. feladatában található tesztet.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

Az óra gyakorló, rendszerező óra. A tanulók most találkoznak utoljára az algebrai átalakítások elméleti megközelítésével. Ezentúl csak a gyakorlati vonatkozások, alkalmazások kerülnek elő. Amit most sikerül rögzíteni, elmélyíteni, a későbbiek során leginkább csak arra lehet számítani.

2.12. Kalkulálj, becsülj, számolj!

Alapcélok

A tanulók gyakorlati példákban jól használják a százalékszámítást!

Csoportos foglalkozás

A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok megoldják a munkafüzet 2.12/1. feladat b–c) pontját. A csoportszóvivők bemutatják a feladat megoldását a többieknek.

A csoportok a tankönyv 1. feladatához hasonló példákat keresnek az interneten. Eredményeiket a többieknek prezentálják.

A tankönyv 2. feladatát dolgozzák fel a csoportok.

A tanulók csoportok közötti versenyben oldják meg a munkafüzet 4. feladatát.

Házi feladat: A tanár *Számológép-használat gyakorlása* címmel munkalapot oszt ki a tanulóknak, amelyen a hegyes szögek szinuszát, koszinuszát és tangensét kell kiszámolni. Egy másik feladatban pedig vissza kell keresni a hegyesszöget. (A feladatlapnak ügyelnie kell arra, hogy a tanulók a számológépükön be tudják állítani a fokot – D, DEG – és a radiánt – R, RAD!)

A tanulók olvassák át a tankönyv 2.13. fejezetének elméleti részét és példáit!

(Következő órára feltétlenül hozzanak tudományos számológépet!)

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók páros munkával megoldják a munkafüzet 1–4. feladatait.

A tanulók átolvassák a tankönyv 2. példáját, és megoldják a tankönyv 1. feladatát. A feladattípusnál a százalék tizedes tört alakjával való számolást gyakoroltatjuk.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

A százalékszámítás a mindennapi tájékoztatás, kommunikáció része. Nem lehet egy üzletsor előtt úgy elhaladni, vagy a postaládát kiüríteni, hogy az ember ne találkozzon az árleszállítás százalékos mértékével. A közvélemény-kutatások eredményét is százalékban adják meg. A kurzus akkor eredményes, ha a tanulók hatására a tanórától függetlenül is automatikusan használják a százalékszámítást.

2.13. Geometria a gyakorlatban

Alapcélok

A tanulók sajátítsák el a hegyesszögek szögfüggvényeinek használatát a gyakorlatban!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok oldják meg a tankönyv 1. feladatát, majd készítsenek a feladat mintájára egy másik feladatot, amit egy szövegfájlba felírnak! (A feladatot természetesen ők is megoldják, hiszen majd gyorsan kell javítani a többiek megoldását.)

Ugyanígy járnak el a 2–5. feladatokkal is.

Minden csoport elküldi a többi csoport számára a feladatsorát. Az új feladatsorokat a csoport tagjai kiosztják egymást között, és gyorsan megoldják a feladatokat.

A diákok a tanár moderálásával egyeztetik a feladatok megoldásait. Ha a feladott feladat jó volt, akkor a készítő csapat és a jól megoldó csapat egyaránt 1 pontot kap. Ha a készítő csapat megoldása vagy a feladat hibás volt, akkor a készítő csapattól levonnak 1 pontot. Az a csapat nyer, akinek végül több pontja lesz.

Házi feladat: A tanulók nézzenek utána a tankönyv 2.14. fejezetének! Beszéljétek meg! Olvassák el a fejezetben található mintapéldákat!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanárral közösen megbeszélik a tanulók a hegyesszög szögfüggvényeinek meghatározását, majd mintafeladatokat oldanak meg.

A tankönyv 1–5. feladatait önállóan megoldják a tanulók, majd a megoldásokat közösen egyeztetik a tanárral.

A pontos értékkel számolni tudó számológéppel megállapítják a tanulók, hogy vannak bizonyos szögértékek, a 30, 45, 60 fok, amely szögfüggvényeknek a pontos értéke viszonylag „szép” szám.

Házi feladat: A munkafüzet és a tankönyv maradék feladatainak befejezése és megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

A kotangens használatát nem érdemes erőltetni. Illik róla beszélni, a magyarországi általános műveltség része, de az egyszerűbb problémákban nem vele szoktunk számolni, hanem a reciprokával, a tangenssel, amelynek függvényértékei és inverzfüggvényértékei könnyedén elérhetők a tudományos számológéppel. (A szinusz- és koszinusz-függvény reciprokát a koszekánst és szekánst meg sem szoktuk említeni.)

2.14. Kamatszámítás, banki ügyletek

Alapcélok

A tanulók legyenek tisztában a kamatszámítás módjával, a tőke, a kamatláb és a törlesztőrészlet fogalmával!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A tanár felírja a táblára az aktuális valutaárfolyamokat és a kötelező levonásokat. Minden csoport kinevez egy pénzváltót, aki a többiektől valutát vesz, illetve elad. A csoport többi tagja ellenőrzi az átváltást.

A tanár felírja a táblára a banki betétek kamatait, a tankönyvi táblázat mintájára. Most a csoport másik tagja lesz a bankár, és kiszámolja a többiek lekötési kérelmének kamatait.

A tanár felírja a táblára a hitelezés feltételeit (egyszeri költséget, időtartamot, kamatot stb.). A csoportok egyik tagja lesz a hitelező bankár, aki a többiek törlesztőrészleteit és költségeit számolja ki.

Átutalás vagy hitelkártya-műveletek közös megbeszélése.

Házi feladat: A tanulók olvassák át a tankönyv 2.15. fejezetének összefoglalását, és gondolkozzanak el azon, hogy melyik témakört dolgoznák ki csoportosan az ott szereplő témák közül! Esetleg ha van egy jó ötletük, akkor azt is elhozhatják a következő órára.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók a tanárral közösen beszéljék meg a tankönyv „Beszéljétek meg!” része által felvetett problémákat!

A tanulók párban tanulmányozzák át a tankönyv 1. példáját, valamint oldják meg az 1. feladatot!

A tanulók tanulmányozzák át a 2. példát, valamint oldják meg a 2–3. feladatot!

A tanulók oldják meg a munkafüzet 1–3. feladatát!

Házi feladat: A tanulók oldják meg a munkafüzet 4–5. feladatát!

Megjegyzések, javaslatok

A hétköznapi élet négy pénzügyi számítása kerül terítékre az órán. Mind a négy nagyon fontos.

1. A valuta átváltása;
2. a befektetett pénz kamatának kiszámítása;
3. a hitel kamatának kiszámolása, törlesztőrészlet;
4. a pénz átutalása, a bankkártya, a hitelkártya használata. (Most értelemszerűen nem esik szó sok másról, például a kötbérezésről, a biztosításokról, büntető kamatokról, a gépjárműadókról stb.)

Talán a tanulók későbbi életére legnagyobb kihatással lévő óra ez. Itt alakíthatunk ki helyes pénzügyi szokásokat, itt hívhatjuk fel a tanulók figyelmét arra, hogy egy rossz, nem megfelelően előkészített döntés emberi életeket tehet tönkre (világválság, valutahitel, túl nagy lakáshitel, az egyik szülő munkanélkülivé válhat stb.).

Egyik ilyen apróság például: nem mindegy, hogy a lakossági folyószámlához tartozó bankkártyáról (túlköltekezéssel) vagy hitelkártyáról veszünk fel hitelt. A bankkártyahitel a hónap végén a fizetés megérkezésével automatikusan megszűnik. A hitelkártyahitel viszont nem. Az csak akkor, ha a megfelelő részleteket utalja az ember. Ha elmarad a fizetés, a kamatok és késedelmi kamatok miatt az amúgy jelentéktelen hitel viszonylag rövid idő alatt óriási adóssággá duzzadhat. Ezért rendszeresen figyelni kell a kártyák helyzetét.

2.15. Számítások gyakorlati problémákban

Alapcélok

A tanulók képesek legyenek rezsiszámlák értelmezésére!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok megbeszélik a tankönyv 2.15. fejezetének összefoglalása alapján, hogy melyik projektet szeretnék elkészíteni a következő órára.

A csoportok a kiválasztott projekttel kapcsolatos feladatokat elosztják egymás között, és hozzálátnak a részfeladatok elkészítéséhez. A tankönyv tanácsait érdemes figyelembe venni.

Házi feladat: A választott projekt elkészítésének folytatása.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár segítségével a tankönyv 1. példáját közösen megbeszélik a tanulók.

A tankönyv 1. feladatát önállóan oldják meg a tanulók. Az eredményeket a tanár segítségével közösen egyeztetik. (A tankönyv alapján érdemes a feladatot megoldani, még akkor is, ha időközben bizonyos értékek megváltoztak.)

A tanulók és a tanár közösen oldják meg a tankönyv 2. feladatát.

Házi feladat: A munkafüzet 1–2. feladata.

Megjegyzések, javaslatok

A rezsi minden családban fontos kérdés, viszont éppen ezért a külvilág számára sokszor titkos is. Akármennyire is kézenfekvő, hogy a tanulók a saját háztartásaik adatait használják a számolásoknál, nem jó ötlet, mert a tanulók nagyon kellemetlen helyzetbe kerülhetnek társaik előtt, ha ezek az értékek napvilágot látnak. (A havi kétszázezer forintért fűtött medence ugyanúgy gond lehet, mint a hat hónapja ki nem fizetett 500 forintos számla.) Remek adatok találhatók a szolgáltatók oldalán és a KSH honlapján, éljünk velük!

A gázszámlákkal kapcsolatban megjelenhetnek olyan fogalmak, mint átalány, különbözet, hogy csak kéthavonta kell fizetni. A múlt évi számla alapján készül az új érték, a fűtőérték, a felhasználó ingatlan magassága stb. Amennyiben felmerülnek ezek a fogalmak, vagy akár más fogalmak is, az interneten érdemes utánuk olvasni.

2.16. Grafikonok, diagramok I.

Alapcélok

A tanulók tisztában legyenek egy statisztikai felmérés lépéseivel, és képesek legyenek az eredményeket mások számára közvetíteni!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: Minden csoport bemutatja a választott projektjének produktumát.

A csoportok tagjai a munkafüzet 2.16/1–4. feladatait felosztják egymás között, és elmondják egymásnak a megoldásokat.

Házi feladat: A tanulók olvassák át a tankönyv 2.17. fejezetének a híres magyar tudósokkal foglalkozó részét!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók a tankönyv példafeladatát közösen megbeszélik a tanárral.

A tanulók a tankönyv 2. feladatát oldják meg páros munkával. A tanulói csoport közösen megbeszéli a feladat megoldását.

A tanulók között kiosztja a tanár a tankönyv 3. feladatához tartozó kérdőívet. Minden tanuló titkosan bekarikázza a rá vonatkozó részt. A tanár begyűjti a kérdőíveket, és feldolgozza őket. Az eredményt felírja a táblára. A tanulók közben önállóan elemzik a tankönyv 3. feladatát. A feladat e) részének megoldásához már a táblán rendelkezésre állnak az adatok.

Az óra hátralévő részben az olvasási szokásokról a tanulók infografikát készíthetnek.

Házi feladat: A tanulók a munkafüzet 3–4. feladatát oldják meg otthon!

Megjegyzések, javaslatok

A statisztikai felmérés alaplépéseinek egyik lehetséges megadása:

Adatgyűjtés: elsődleges adatgyűjtésről beszélünk, amikor a kutató kérdőívvel vagy interjúval maga gyűjt adatot. Másodlagos adatgyűjtéskor a kutató a mások által összegyűjtött vagy publikált adatokat saját szempontja szerint dolgozza fel.

Adatok feldolgozása: a feldolgozás során az adatokat rendszerezi a kutató, a megbízhatóságukat ellenőrzi, és olyan következtetéseket igyekszik levonni, amelyeket az adatok alátámasztanak.

Az eredmények publikálása: a kutató az adatokat, eredményeket szemléletes formában (táblázat, grafikon stb.) közvetíti.

Az infografika három dolgot tartalmaz: a nyers adatokat, az üzeneteket, amiket közölni szeretnénk, és az esztétikai élményt. Az infografika előnye, hogy felhívja a figyelmet, helyet spórol meg, sűríti az információt, érdekes.

2.17. Grafikonok, diagramok II.

Alapcélok

A tanulók tudjanak adatokat gyűjteni és táblázatba szervezni, valamint a táblázatok alapján diagramokat készíteni!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok vigyék be a tankönyv 1. feladatait a táblázatkezelő program egy táblázatába, majd állítsanak elő különböző grafikonokat a táblázatkezelő segítségével! Diagramjaik közül a legsikeresebbet mutassák be a többi csoport számára!

A csoport tagjai osszák fel egymás között a tankönyv 2–6. feladatát, és oldják meg azokat! A feladatok megoldásait publikálják a csoport többi tagja számára!

Házi feladat: A tanulók oldják meg a munkafüzet 2.18. fejezetének 1. feladatát!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók oldják meg a tankönyv 1. feladatát! Elsőre azt gondolnánk, hogy alapvetően a fiatal és idős korban a nők használják szívesebben a Facebookot. A fiatalok és középkorúak nemaránya nagyjából megegyezik. Az életkor szerinti eloszlás diagramján látszik, hogy az idősek már nem nagyon használják ezt a közösségi oldalt. Az ábrázolás hibájának tekinthető, hogy a korcsoportok intervallum-szélessége nem tekinthető azonosnak. (Pl. az első diagram intervallum-szélességei: 6 év, 7 év, 10 év, 10 év, 10 év, 10 év, akár 50-60 év is. Ez nem feltétlenül baj, mert az emberi élet időszakaszai nem egyenlő hosszúságúak.) A vezető vonalak hiányában az oszlopdiagramok leolvasása nem pontos. Gyakorlatilag ilyenkor a magasságok egymáshoz képest számított magassága az érdekes.

Oldjuk meg a tankönyv 3. feladatát!

Oldjuk meg a tankönyv 4. feladatát!

Oldjuk meg a tankönyv 6. feladatát!

Házi feladat: A munkafüzet 1. feladatának megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

Nagyon sok idő telhet el a diagramok füzetbe való átrajzoltatásával. A tanulók lassan veszik elő a tollaikat, lassan nyitják ki a füzetüket. Igyekeznek precízen rajzolni, úgyhogy sokat radíroznak, sokat használják a szövegjavítót, akkor azt hagyni kell megszáradni stb. Érdemesebb inkább a könyvbe és a munkafüzetbe dolgoztatni.

2.18. Ami az adatokból kiolvasható

Alapcélok

A tanulók tudjanak szövegértelmezés alapján adatokat kigyűjteni és feldolgozni!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoporton belül felosztják a tanulók egymás között a munkafüzet 2–3. feladatait.

Csoporton belül a tanulók felosztják egymás között a tankönyv 1–8. feladatait, és megbeszélik a feladatok megoldását.

Házi feladat: A tanulók átismétlik a függvényekkel kapcsolatban az elmúlt évben tanultakat, valamint átolvassák a tankönyv 2.19. fejezetének a meghatározásait és mintapéldáit.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók oldják meg a tankönyv 1. feladatát! A neveket ne a tankönyvbe kezdjék el beírni! Előbb a füzetbe dolgozzanak! Ügyeljenek arra, hogy a testvéreknek közös szüleik vannak! Így Pálnak két gyermeke van, László és Margit. Dani testvére, Eszter Margitnak is gyermeke.

A tanulók oldják meg a tankönyv 2. feladatát!

A tanulók oldják meg a tankönyv 6–7. feladatát!

A tanulók oldják meg a munkafüzet 2. feladatát!

Házi feladat: A munkafüzet 3. feladata.

Megjegyzések, javaslatok

A statisztikai felmérés alaplépései közül ez a fejezet az adatok feldolgozásával foglalkozik. Az adatok feldolgozása során fejlődik a tanulók szövegértése, logikai érzéke. Érdemes a tankönyvi feladatok minél nagyobb részét a tanulókkal önállóan megoldatni.

2.19. Függvények

Alapcélok

A tanulók tudják, hogy a függvény az egyértelmű hozzárendelés, és tudják értelmezni a függvények grafikonjait!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok táblázatkezelő program segítségével hozzanak létre három függvénygrafikont! A csoportok vetítsék ki grafikonjaikat, és a többi csoportnak ki kell találni a hozzárendelési szabályt. Aztán egyeztetik a szabályokat. Minden jó szabályért 1 pont jár. Az nyer, aki a legtöbb ponttal rendelkezik.

A csoportok felosztják egymás között, és megoldják a munkafüzet feladatait.

Házi feladat: A tanulók a tankönyv 2.20. fejezetének 4–5.feladatát és a munkafüzet 2.20. fejezetének 1. feladatát oldják meg otthon!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár beszélje meg a tanulókkal, hogy az egyértelmű hozzárendelést tekintjük függvénynek! Esetleg érdemes néhány példát mutatni a nem függvény hozzárendelésre (gyerekek-anyák, kutyák-gazdák), mert akkor talán érthetőbbé válik, hogy mit jelent az egyértelmű hozzárendelés.

A tankönyv 1. példájának közös megbeszélése. A példából sokféle függvénymegadási módra derül fény.

A 2. példa megbeszélése és a 2. feladat megoldása.

A munkafüzet 3. feladatának megoldása.

Házi feladat: A munkafüzet 4. feladatának megoldása.

Megjegyzések, javaslatok

A táblázatkezelő grafikonábrázolásai között az XY pont grafikon alkalmas függvények ábrázolására, mert az *x* tengelyen figyelembe veszi az *x* értékek közötti különbségek eltérő mértékét. A megjelenítés lehet pont, szakaszos vagy közelítő eljárással görbített vonal is.

2.20. Függvények a mindennapokban

Alapcélok

A tanulók legyenek tisztában a függvényábrázolás lépéseivel, vagyis az adatok táblázatba rendezésével, a megfelelő képlet (ha létezik) megkeresésével, a koordináta-rendszer tengelyeinek megfelelő beosztásainak és mértékegységeinek felvételével, valamint az adatok ábrázolásával!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoport tagjai felosztják egymás között a tankönyv 1–3. feladatát. Megbeszélik egymás között a feladatok megoldását.

A tanulók megoldják a munkafüzet 2–3. feladatát, és megbeszélik a megoldásokat. A csoportok észrevételeiket, fontosabb gondolataikat megosztják a tanulói közösség többi részével is.

Házi feladat: A tanulók tanulmányozzák a tankönyv 2.21. fejezetének példáját, és a hozzá tartozó 1. feladatot otthon készítik el.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár megbeszéli a tanulókkal a tankönyv 1. példáját.

A tanulók párban oldják meg a tankönyv 1. feladatát.

A tanulók önállóan oldják meg a tankönyv 2. feladatát.

A tanulók önállóan oldják meg a tankönyv 3. feladatát. A feladat megoldása során előtérbe kerül a folytonos és diszkrét függvény fogalma. Azzal, hogy a természetes számokkal kezdtük meg a tanulókban a számfogalom kialakítását, sokukban az az elképzelés maradt meg, hogy a számok tulajdonképpen az egész számok, így az intervallumos megadásnál sokan felsorolják az intervallumba eső egész számokat. Ennél az anyagrésznél elmagyarázhatjuk, hogy az egész számok között még sokféle szám létezik.

A tanulók a tanárral közösen oldják meg a 4. feladatot.

Házi feladat: A munkafüzet 2. feladata és a tankönyv 5. feladata.

Megjegyzések, javaslatok

A feladatok ábrázolása sok rajzolással jár. A tanulók használjanak színes ceruzákat, rajzaik legyenek igényesek!

2.21. Lineáris és nem lineáris függvények

Alapcélok

A tanulók tudják ábrázolni a hozzárendelési szabály alapján a konstansfüggvényt, az elsőfokú függvényt, a másodfokú függvényt és az abszolútérték-függvényt!
A tanulók ismerjék fel az eltolásos transzformációkat a függvény alakjában, és tudják ábrázolni a függvények grafikonját!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok találjanak ki lineáris függvények alakjára feladatot!

a) Egyenletszerkesztővel vetítsék ki őket, és kérdezzék meg a többi csapatot, hogy mely számok a függvény konstanstagja és meredeksége!

b) A többi csoport ábrázolja a lineáris függvényeket, a kivetítő csoport pedig táblázatkezelővel vetítse ki az adott függvény grafikonját! (Lehet versenyeztetni is a csoportokat, de ennél a feladatnál nem muszáj.)

A csoporton belül az egyik társaság a másodfokú függvény ábrázolását mutassa meg, a másik fél pedig az abszolútérték-függvényt ábrázolja! Ha a részcsoportok tudnak, találjanak ki egyszerű szabályt a grafikonok ábrázolására!

A csoportok ismételjék át, hogy mit tanultak a függvények transzformációiról, és oldják meg a tankönyv 4–5. feladatát!

Házi feladat: Az egyenes és fordított arányosság ismétlése. A diákok tanulmányozzák a tankönyv 2.22. fejezetének meghatározásait, példafeladatát, és oldják meg az első feladatot!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár a függvényekről tanultakat átismétli a tanulókkal. A lineáris függvények (elsőfokú, konstans). Másodfokú függvény. Abszolútérték-függvény. Megmutatja, hogy érdemes ábrázolni az alapfüggvényeket. Az elsőfokú függvénynél átismételjük a meredekség és a konstanstag jelentőségét a grafikon ábrázolásában.

A tanár átismétli az eltolásos függvénytranszformációk megjelenését a képletekben és a grafikonokon.

A tanulók önállóan oldják meg a tankönyv 3–5. feladatát!

A tanulók oldják meg a munkafüzet 1–2. feladatait!

Házi feladat: A munkafüzet 3–4. feladatának megoldása.

2.22. Csak arányosan!

Alapcélok

A tanulók ismerjék fel az egyenes arányosságot két mennyiség között, és tudják az aránypárral számolást alkalmazni!
A tanulók ismerjék fel a fordított arányosságot!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok találjanak ki egy egyenes arányosságra vonatkozó feladatot (darab-ár, idő-megtett távolság, …), találjanak ki egy fordított arányosságra vonatkozó feladatot (ugyanazon távolságon a sebesség-idő stb.)! A feladatokat adják fel a többi csoport számára! A tanár segít a feladatok kitalálásában és megoldásában.

A csoport tagjai osszák fel egymás között a tankönyv 1. és 3. feladatát, oldják meg és beszéljék meg egymással a megoldásokat!

A csoport tagjai most a tankönyv 2., 4., 5. feladatát oldják meg az előző feladathoz hasonlóan!

Házi feladat: A tanulók tekintsék át a tankönyv 2.23. piros keretes elméleti részeit, valamint olvassák el az 1–3 példát!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár felhívja a figyelmet, hogy az egyenes arányosság esetén mind a két mennyiség ugyanannyiszorosára nő, így a két mennyiség hányadosa állandó. A fordított arányosságnál pedig ahányszorosára nő az egyik mennyiség, annyiadrészére csökken a másik, így szorzatuk állandó lesz.

A tanulók páros munkával megoldják a tankönyv 1. feladatát.

A tanulók páros munkával megoldják a tankönyv 3. feladatát.

A tanulók páros munkával megoldják a tankönyv 4. feladatát. Az aránypárnál kialakult egyenlet megoldásához a keresztbeszorzás módszerét javasoljuk, vagyis az egyik oldal számlálóját a másik oldal nevezőjével szorozzuk, a másik oldal számlálóját pedig az egyik oldal nevezőjével. Így az ismeretlen már a számlálóba kerül, és az egyenlet már a tanulók által ismert formában lesz.

Házi feladat: A munkafüzet 1–4. feladata és a tankönyv 5. feladata.

Megjegyzések, javaslatok

Sajnos nem jut idő az arányosság szemléletének komolyabb kialakítására, amikor a kérdéses mennyiség több más mennyiségtől is függ, és azok változásából kell megmondani a mennyiség változását. Például a téglatest térfogata $V = a \cdot b \cdot c$. Hányszorosra változik a térfogat, ha az egyik oldalát felére, másikat négyszeresére, a harmadikat pedig háromszorosára változtatjuk? Érdemes a képzés során többször felvetni hasonló kérdéseket.

2.23. Sorozatok

Alapcélok

A tanulók ismerjék és tudják használni a számtani és mértani sorozat általános alakját és összegképletét!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok a munkafüzet 2. feladatát készítik el. A csoportok is kitalálnak három új sorozatot, amelyet a többi csoportnak folytatnia kell. Esetleg a csoportok kitalálhatják a szabályt.

A csoport tagjai a munkafüzet 2–3. feladatát szétosztják egymás között. Mindenki megoldja a maga részét. A tananyagrészek egymásra épülése esetén közösen dolgozzanak!

A tankönyv 2.23. összefoglalás részében található projektfeladat megbeszélése, szétosztása a csoportok között.

Házi feladat: A projektfeladat megoldása.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár irányításával a tanulók átbeszélik a számtani és mértani sorozatokkal kapcsolatos tudnivalókat, a képzési szabályt, az általános alak és az első n tag összegének képletét.

Az átbeszélt elmélet alkalmazásával a tanulók páros munkával megoldják a tankönyv 1–5. feladatát. A tanulók várhatóan különböző sebességgel oldják meg a feladatokat, ezért érdemes a munkát néha megzavarni az egyes feladatok megoldásának megbeszélésével.

Házi feladat: A munkafüzet 4–6. feladatainak megoldása.

2.24. Erről már tanultunk

Alapcélok

A tanulók ismerjék és tudják használni a Pitagorasz-tételt és a tétel megfordítását!
A tanulók ki tudják számolni a háromszög területét!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A projektfeladatok megoldásának bemutatása.

A tanulók csoportokra bontva oldják meg a munkafüzet 1., 2. és 3. a-b. feladatát! A csoportokon belül osszák ki a feladatokat, és beszéljék meg a megoldásokat! Ha végeztek, akkor mindenki oldja meg a 3. c–e. feladatot!

A tanulók csoportokra bontva oldják meg a munkafüzet 4. a–b., 5., 6. feladatot, és beszéljék meg a megoldásokat! Ha végeztek, akkor a 4. c–e. feladatokat oldják meg külön-külön, és egyeztessék a megoldásaikat!

Házi feladat: A tanulók a tankönyv 2.24. fejezetének 3. feladatát oldják meg otthon! Olvassák el a tankönyv 2.25. fejezetének a bal oldali függőleges sávján lévő részeket! Tanulmányozzák az interneten Maurits Cornelis Escher munkásságát!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése. Ennél a megbeszélésnél kerül sor a kamatos kamat anyagrész megbeszélésére.

A tankönyv 1. példájának megoldását a tanárral közösen beszélik meg a tanulók.

Pitagorasz tételének gyakorlásához a tanulók önállóan oldják meg a tankönyv 3. feladatát.

A tanulók páros munkával oldják meg a munkafüzet 2–4. feladatát. A tanárral közösen beszélik meg a megoldást.

Házi feladat: A munkafüzet 5. feladata.

2.25. Geometriai transzformációk és vektorok

Alapcélok

A tanulók koordináta-rendszerben megadott alakzatokat tudjanak tükrözni a tengelyekre, középpontosan tükrözni az origóra, valamint eltolni egy adott vektorral!
A tanulók tudjanak két vektort összeadni és kivonni!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A munkafüzet 1. a., c. feladatának megoldásához a tanár kiadja a négyzethálós lapot az előre berajzolt koordináta-rendszerrel. A csoportokon belül a lap körbejár, és minden tanuló ábrázol egy pontot. Ha egy ötszög minden pontja szerepel a lapon, akkor a soron következő berajzolja a konvex sokszöget. A tanulók közösen megbeszélik az 1. feladat b., d., e. pontjának megoldását.

A tanár a feladatlap 2. feladatához hasonló lapot ad, csak több alakzat látható rajta, és minden alakzathoz saját eltolási vektor tartozik. A csoportokon belül egy percig megbeszélhetik a tanulók, hogy melyik eltolást ki fogja csinálni, majd „Rajt!”-ra egymás után tolják el az alakzatokat a csoport tagjai. Amelyik csoport leghamarabb elkészül a hibátlan eltolásokkal, az nyer. A hibás megoldást tartalmazó lap kiesik a versenyből.

Az egyik csoport egyik tagja felrajzol két vektort a táblára, és pénzfeldobással dönti el, hogy a másik csoport egyik tagjának össze kell adnia vagy ki kell vonnia a két vektort. A megoldásban segédkezhet a tagnak a saját csoportja. A csoportok segítségül használhatják a tankönyv 2.25. fejezetének piros keretes részét.

Házi feladat: A tanulók otthon áttanulmányozzák a 2.26. példáját. A példa alapján mérjenek le környezetükben lévő magas tárgyat vagy fát (tankönyv 1. feladat)!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár a tanulókkal megbeszéli, hogy az eddigi tanulmányaik során milyen geometriai transzformációkkal (pont-pont hozzárendelés) találkoztak. (Egybevágósági transzformációk: tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, elforgatás, eltolás.) A tanár megmutathatja, hogy az egybevágósági transzformációkon kívül léteznek még más geometriai transzformációk is. Pl. a párhuzamos vetítés vagy a középpontos vetítés.

A tanulók oldják meg önálló vagy páros munkával a munkafüzet 1–3. feladatát! A tanár kérje meg a párokat, hogy cseréljenek füzetet, és úgy ellenőrizzék a másik tanuló munkáját!

A tanár közösen beszélje meg a tanulókkal a vektorok összeadásának és kivonásának műveletét! Négyzethálós füzetbe koordináták segítségével adja meg a vektorokat, majd a tanulókkal szerkesztesse meg az összeg- és különbségvektorokat!

Házi feladat: A tankönyv 3–4. feladata. A tanulók feltétlenül hozzanak körzőt és vonalzót a következő órára!

2.26. Hasonlóság és alkalmazásai

Alapcélok

A tanulók tudják értelmezni és használni a hasonlóság arányszámát, és fel tudják írni a megfelelő aránypárt.

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A tanár minden csoportnak ad egy országtérképet, ahol a tanulók különböző városok közötti távolságot határoznak meg, a térkép arányszáma és a lemért távolság segítségével. Először légvonalbeli távolságot határozzanak meg, majd valamely úthálózat által meghatározott távolságot! Interneten ellenőrizzék a számolt értéket!

A csoportok keresnek az interneten olyan mikroszkópos felvételeket, amelyek méretarányt is tartalmaznak. Ennek alapján állapítsák meg a képen levő dolog méretét! A honlaplinket jegyezzék fel, és ennek segítségével vetítsék ki a képet a többieknek, majd mondják el a számolt értéket!

A csoport tagjai osszák fel egymás között a munkafüzet 1., 2., 4. feladatát, és oldják meg! A megoldásaikat beszéljék meg a csoport többi tagjával!

A csoport tagjai oldják meg a munkafüzet 6. feladatát, és vonjanak le következtetést a hasonló alakzatok területe és a hasonlóság aránya között (négyzetes a kapcsolat), valamint a hasonló testek térfogata és a hasonlóság aránya között (köbös a kapcsolat)!

Házi feladat: A diákok tavalyi tanulmányai alapján, illetve az internetes keresés segítségével oldják meg a tankönyv 2.27. fejezetének 3. feladatát! A tankönyv *Szabályos testek* bekezdése alapján oldják meg a munkafüzet 6. feladatát!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanulók a tanárral közösen megbeszélik a tankönyv 1. példáját. A tanulók a példa alapján megmérik a tanterem magasságát. (Ügyeljünk arra, hogy a tanulók nehogy meglökjék egymást, vagy valamilyen óvatlan mozdulattal nehogy megsértsék egymás szemét!)

A tankönyv 3–4. feladatának apropóján keresztül a tanulói közösség beszélgessen a középpontos hasonlóságról!

A tankönyv 2. feladata a térkép kicsinyítéséről szól. A tanár a tanulókkal beszéljen át néhány konkrét példát! (Magyarország térképe, Európa térképe stb.)

A tanár a tanulókkal közösen oldja meg a munkafüzet 3. feladatát!

Házi feladat: A munkafüzet 4–6. feladata.

2.27. Egyszerű testek

Alapcélok

A tanulók felismerjék a testek közül a hasábot, a hengert, a gúlát, a kúpot és a gömböt!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok egymás közötti versennyel oldják meg a munkafüzet 1. feladatát! Csak a hat helyes válasszal lehet nyerni.

A csoport tagjai osszák fel egymás között a munkafüzet 2–5. feladatát, és oldják meg a kiosztott feladatokat! A megoldásokat egyeztessék egymás között!

A tanulók keressenek az interneten testekkel kapcsolatos oktatófilmeket vagy honlapokat! Az érdekesebb anyagokat mutassák be társaiknak!

Házi feladat: A diákok a tankönyv 2.28. fejezetének 1. feladatát oldják meg a füzetben otthon! Hozzanak körzőt, vonalzót, ceruzát, ollót, celluxot a következő órára!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése. A munkafüzet 2.26. fejezetének 6. feladatának megbeszélésekor kerül szóba a hasonló alakzatok területének és a hasonlóság arányának viszonya, valamint a hasonló testek térfogatának és a hasonlóság arányának viszonya.

A tanár szabályos test modelleket visz az órára, és azt a tanulóknak körbeadja. A tanulók a segítségükkel megoldják a munkafüzet 4. feladatát.

A tanár most testmodelleket ad körbe a tanulóknak, és a tanulók a segítségükkel a tankönyv 2. feladatát oldják meg.

A tanulók oldják meg a munkafüzet 3. feladatát!

Házi feladat: A tanulók készítsék el papírból az egyik kiválasztott test két testhálóját! Az egyik testhálóból ragasszák össze a testet! Számítsák ki a test felszínét és térfogatát!

2.28. Vetületi ábrázolás, nézetek

Alapcélok

A tanulók ismerjék a testek síkbeli ábrázolásának alaprajzos, testhálós, axonometrikus és perspektivikus ábrázolását!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A tanár vigyen az órára rajzlapokat! A tanár a csoportok között ossza fel a tankönyv 2.28. fejezetének 3. feladatához tartozó testeket! A csoportok szervezzék meg a rájuk bízott testek hálójának megszerkesztését a rajzlapokon, a testek kivágását és összeragasztását!

A csoportok tagjai osszák fel egymás között a munkafüzet 1–3. feladatait!

Házi feladat: A tanulók oldják meg otthon a tankönyv 2.29. fejezetének 5. feladatát!

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése. A tanulók bemutatják az otthon elkészített testeket, testhálókat, és megmutatják, hogyan számolták ki a felszínüket, térfogatukat.

A tanulók lerajzolják az otthon készített testek elöl-, felül- és oldalnézeti rajzát.

A tanulók lerajzolják a tankönyv 2. feladatában szereplő testek alaprajzait.

A tanulók megoldják a tankönyv 7–9. feladatát.

A tanulók megoldják a munkafüzet 1–2. feladatát.

Házi feladat: A tankönyv 6. feladatának megoldása.

2.29. Geometria a mindennapokban I.

Alapcélok

A tanulók ki tudják számolni egy átlagos lakás felújításának becsült költségvetését.

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: A házi feladattal kapcsolatos gondolatok közös egyeztetése.

A csoportok válasszanak ki egy-egy lakást, vagy a 4. feladatot oldják meg! Tervezzék meg a lakás felújításának költségeit! Tervezzék meg, hogyan osztanák fel a feladatokat! A csoportok egyik tagja a padlók burkolását, másik tagja a falak festését, tapétázását, csempézését tervezze meg! A harmadik a mennyezet borítását tervezze meg, a negyedik a nyílászárók cseréjén gondolkodjon! Az interneten nézzenek utána az aktuális áraknak!

A felhalmozott ismeretekből a csoportok készítsenek prezentációt, és mutassák meg a többi csoportnak!

Házi feladat: Amennyiben a tanulók nem tudták befejezni a felkészülést, a csoportok otthon még csiszolhatnak a munkájukon, és a következő órán adhatják elő a prezentációt.

Páros és egyéni foglalkozás

A házi feladat megbeszélése.

A tanár mérőszalagokat visz be az órára. A tanulók a tankönyv 1. feladata szerint felmérik a tanterem méreteit, és kiszámolják, hogy hány négyzetméternyi felületet kellene lefesteni.

A tanulók megoldják a tankönyv 2. feladatát.

A tanulók megoldják a tankönyv 3. feladatát.

A tanulók megoldják a tankönyv 4. feladatát.

Házi feladat: A tankönyv 5. feladatát készítsék el tanulók külön lapra! A tanár majd összeszedi, és egyénileg fogja értékelni az alaprajzokat és a számításokat.

Megjegyzések, javaslatok

Az otthonok alaprajzának lerajzoltatása sok kellemetlen percet okozhat bizonyos anyagi helyzetben lévő tanulóknak, ezért nagyon óvatosan kell bánni a feladat kiadásával és elvégeztetésével. Ez a feladat inkább pedagógiai szempontból tanulságos, mint matematikai alapon.

2.30. Geometria a mindennapokban II.

Alapcélok

A tanulók tudják alkalmazni a geometriai méréseket és számolásokat hétköznapi tárgyak felszínének és térfogatának kiszámolására!

Csoportos foglalkozás

Egyeztetés: Az előző órán még el nem hangzó prezentációk meghallgatása.
A csoportok a tankönyv 1–8. feladatait kiosztják egymás között, és megoldják őket.
A feladatok közös megbeszélése, a tanár moderálása mellett, előadás formájában valósul meg.
Minden feladat megoldását egy-egy kiválasztott csoport mutatja be.

Páros és egyéni foglalkozás

A tanár beszedi az elkészült alaprajzokat.

A tanulók megoldják a tankönyv 1–7. feladatát. A megoldásokhoz használják a képletgyűjteményt. A tanár folyamatosan felírja a táblára a feladatok megoldását, így a jól haladó tanulók tudják ellenőrizni a munkájukat, és meg tudják kérdezni, hogy hol hibáztak, ha valamely eredmény nem egyezik. Így aztán a saját tempójukban tudnak tovább dolgozni. Az átlagos sebességű tanulók együtt tudnak haladni a tanárral, a nehezebb részeket meg tudják beszélni. A szorgalmi időszakokban pedig a tanár a lemaradó tanulóknak tud személyesen segíteni.

III. A TANKÖNYVEK EREDMÉNYES HASZNÁLATÁNAK FELTÉTELEI ÉS LEHETŐSÉGEI

A tanulási folyamat megtervezése és értékelése

A tankönyvek figyelembe veszik, hogy a különböző szakképzések különbözőképpen viszonyulnak a matematikához. Vannak szakirányok, amelyek számára a matematika nem közvetlenül felhasználható tantárgy, és vannak szakirányok, főleg a műszaki, gazdasági típusúak, ahol a matematika a tanulási folyamat meghatározó tantárgya. Ezekben az esetekben ajánlott a matematikatanárok és a szakmai tanárok közötti folyamatos egyeztetés, és igény szerint érdemes a szakma szempontjából legalkalmasabb feladatokat kiválasztani, illetve az adott szakterületre a leghatékonyabb matematikai tanítási módszert alkalmazni.

A konkrét tanórai terveknél sok esetben javasoltuk az informatikai eszközök használatát. Mivel az iskolák informatikai felszereltsége különböző (egyes iskolák minden tanterme rendelkezik interaktív táblával, más iskolákban pedig egy-két számítógépterem üzemel csak), így nehéz minden iskola számára megfelelő ajánlásokat tenni. Amit javasolni tudunk, hogy egy-két matematikaórát mindenképpen töltsenek a tanulók számítógépteremben. A tanulók többségének mobilkészüléke rendelkezik internetes kapcsolattal is. Az iskolai WIFI-hálózathoz csatlakoztatva akár az órán is használható keresésre vagy a tankönyvben előírt feladatok végrehajtására.

A tanórák megszervezésénél sok mindent figyelembe kell venni. Például, hogy az adott szakképzésre jelentkező tanulók matematikai kompetenciája vegyes lehet, lehetnek elég jó képességű tanulók, és lehetnek ezen a területen gyengébben teljesítő diákok is. A kooperatív csapatszervezéssel sokszor megoldható úgy a tanulási folyamat, hogy minden tanuló a képességeinek megfelelő mértékben a közös feladatmegoldáshoz járul hozzá, így matematikával kapcsolatos sikerélményekhez juthat. Fontos figyelni arra, hogy néhány tanulót a korábbi matematikatanulás során kellemetlen élmények érhették, matematikatudására negatív megjegyzéseket kaphatott, és az osztályzatai is rosszak lehettek. A tanuló sokféle védekezési mechanizmust dolgozhatott ki az évek során a kellemetlen élmények hatására, közöny, tettetett vidámság formájában, esetleg eljátszhatja, hogy buta, nyíltan nem érdekli a tantárgy. Mi szüksége a matematikára? Minek tanuljam, ha így is, úgy is kettes leszek?

A szakképzésben részt vevő tanulók nem feltétlenül mérettetnek meg (külön felkészülés szükséges hozzá) az országban meglévő abszolút mércén, a matematika érettségin. Ezt vették figyelembe a szakképzési matematika-tananyag összeállítói és a tanóraszám megállapítói. Hiszen nem szükséges megtanítani az érettségihez szükséges teljes matematika-tananyagot. Ráadásul az érettségire készítő iskolatípusok több éven át jelentősen magasabb heti óraszámban készülnek az érettségire. A szakképzésen viszont két éven keresztül történik a matematika oktatása, összesen, ha egy sem marad el, 90 órában. Ilyen körülmények között nem várható el az érettségi mércéjéhez való igazodás. Ezt felhasználva az iskolai matematika-munkaközösség megállapodhat olyan közös elvárásrendszerben, amely a tanulókhoz igazodik. A tanulók számára a legkomolyabb motiváló erő a „karrier" lehetősége. Ha egy diák látja, hogy többletmunkával, több energia befektetésével jobb eredményt érhet el, akkor valószínűleg elkezd tanulni. Ebben segítheti az is, ha a társai is szorgalmasabbak, hiszen megérintheti a hiúságát, ha a barátja vagy barátnője jobban tanul nála.

A tanulási folyamat megtervezése során érdemes a tankönyvekre támaszkodni. A tanulók figyelmének felkeltése az óra elején, akár a tankönyvi bevezetők alapján is történhet, de ezek a bevezetők helyettesíthetők más figyelemfelkeltő gondolattal, történettel, személyes élménnyel.

A figyelem felkeltésének lényeges eleme, hogy a tanulók megismerjék az adott óra célját, így céltudatosabban vehetnek részt az óra menetében. Ilyen alacsony óraszám mellett nem biztos, hogy jó módszer, hagy haladunk az anyagban előre, és egyszer csak megnyílik előttünk az egész út értelme, az adott tananyagterület átlátott „panorámája", mert mire a csúcsra érünk, már alig van mögöttünk valaki, aki átélhetné velünk ezt az élményt. Inkább elakadva, kétségbeesve bolyonganak valahol félúton, vagy közömbösen foglalkoznak valami mással.

A figyelem felkeltése és fenntartása, valamint a motiváció biztosításának egyik módja lehet a tanulók témával kapcsolatos előzetes ismereteinek felidézése. Ebben a folyamatban mindenki szerezhet sikerélményt, hiszen minden tanuló tanult már matematikát, így léteznek előzetes ismeretei. Ráadásul a teljes csoport figyelésével a tanár ellenőrizheti is a csoport ismereteit, tudását, elképzeléseit, elvárásait az adott tananyaggal kapcsolatban.

Az előzetes ismeretek felidézésével a tanulók fogékonnyá váltak az új ismeretek befogadására. Az új ismeretek sokféleképpen juthatnak el a diákokhoz, ezen módozatok alapvetően tananyagfüggők. Nem hagyható ki az új ismeretek elemzése, feldolgozása, többféle megközelítése. Hatásos lehet, ha a tanulók kérdései révén szaladunk végig a lehetséges értelmezési lehetőségeken, mert így a rossz elgondolásokról is kiderülhet, hogy miért rosszak.

Az új ismeretek társai az új fogalmak, melyek szükségesek az új szabály megalkotásához. Szerencsés, ha a diákok saját szavaikkal képesek megszövegezni a szabályokat, mert ilyenkor kiderül, hogy értik a szabály „szellemét". Ha a szókincsük, kifejezőképességük még nem alkalmas erre, akkor írassuk le velük a fogalmak helyes definícióját és a szabály helyes szövegét. A fontosabb fogalmak és szabályok a tankönyvekben is kiemelten, könnyen megtalálható módon szerepelnek, ugyanakkor a megértési folyamatra kedvező lehet a saját kezű írás.

Ugyancsak a füzetbe kerülhet az (új) ismeretek rendszerezése is. Attól, hogy az új ismeret elhangzott, leírásra került, a tanuló még nem biztos, hogy később fel tudja idézni, alkalmazni tudja, ezért mindenképpen gyakoroltatni kell. A tankönyv minden új ismerethez sok példafeladatot tartalmaz, a hétköznapi életből sok-sok feladatot ad fel. A tanulók akár az órán, akár otthon sokat gyakorolhatnak az új ismeret elmélyítésének érdekében. A közös megbeszélések során ellenőrizhetik is a tudásukat.

A tanulási folyamat egyik legfontosabb része a teljesítmény ellenőrzése, valamint a tanulás értékelése. A tanórai kommunikáció mellett a tanárnak még egyéb lehetőségek is a rendelkezésére állnak, hogy a tanulóval kommunikáljon. Egyik ilyen lehetőség az interneten való üzenetváltás. A tanár akár interneten elküldött feladatsorokkal ellenőrizheti a tanuló tudását, felkészültségét, ismereteinek alkalmazóképességét. Ezzel az ellenőrzési, illetve számonkérési móddal az lehet a probléma, hogy a tanuló külső segítséget is szerezhet, és ilyenkor nem a saját tudásáról kapunk információt. Persze gyanú esetén személyes kérdésekkel is ellenőrizhetjük munkája eredetiségét, illetve ennek lehetősége növeli a felkészülés, az ismeretek megtanulásának valószínűségét. Másik lehetőség a füzet vagy külön füzet használata, amelyben a tanuló írásban megoldhatja a feladatokat. A tanár összeszedi a füzeteket, és ellenőrzi, majd kijavítja azokat. A tanár munkabírásától függően feladhat személyre szóló gyakorlófeladatokat is az erősebb és gyengébb képességű tanulóknak egyaránt (lehetőség nyílik a differenciált oktatásra is). Arra, hogy a tanulónak van valamennyi köze a feladatok megoldásához, némi garanciát nyújthat a személyes kézírás. Kisebb létszám esetén a tanórán is lehet a tanulók munkáját ellenőrizni, hozzászólásaik, feladatmegoldásaik, előadásaik révén. A munka értékeléséhez, az osztályzatszerzéshez jó alkalom a projektmunkák, projektbemutatók értékelése is. Ilyenkor akár a csoporton belüli munka alapján egymást is értékelhetik a tanulók, mely véleményeket aztán a tanár figyelembe vehet. Persze a felkészültség, a tudás és a rendszeres készülés ellenőrzésének megszokott módja a feleltetés és a dolgozatírás. Sajnos a rendszeres feleltetés és röpdolgozat-íratás gátja lehet a rendkívül szűk időkeret. Kevés idő jut a dolgozatok tanulságos közös kijavítására is. Egy képzési időszakon belül két dolgozat javasolt: egy félidei és egy képzés végi. Érdemes az értékelést szóban is megbeszélni a diákokkal, ezzel alkalmat adni nekik a tanulási módjuk javítására, fejlesztésére, önértékelésre. Az írásbeli értékelés maradandó, személyesebb lehet, hiszen mások nem hallják.

Az az értékelés, amin az egyén talán leginkább hajlamos elgondolkodni, talán még elfogadni is, az az, ami önmagához képest értékel, az ő fejlődését fogalmazza meg. Egyrészt ennek megfogalmazásához a véleményformálónak rendelkeznie kell az illető korábbi állapotáról megfelelő információkkal, aztán az aktuális állapotát is fel kell mérnie, és nem utolsósorban a két állapot közötti különbségeken is el kell gondolkodnia. Ez olyan mennyiségű szellemi tevékenységet feltételez a tanár részéről a tanuló felé, hogy annak mindenképpen tudomásul kell vennie, ennyi figyelem már szinte kötelező módon viszontfigyelemmel jár. (Ha a tanuló a tanár véleményéről, az ezzel kapcsolatos saját észrevételeiről rendszeresen beszélgetni is tud, akkor szinte elkerülhetetlen a tanár és diák közötti bensőséges viszony és a hatékony munkakapcsolat.) Mert amire minden diáknak szüksége van, az a figyelem.

Hatékony tanulási módszerek és tanulási technikák

Azokat a témaköröket, amelyek tanítására és tanulására viszonylag sok alkalom és hosszabb idő áll a rendelkezésre, alapvetően úgy tanítjuk, hogy kisebb, egymásra épülő egységekre bontjuk. Ezeket a kisebb egységeket valamilyen módszerrel eljuttatjuk a tanulókhoz, azok gyakorolják, otthon átnézik, tanulmányozzák, a memorizálandó részeket memorizálják. A következő órán vesszük a következő részt, közben a régebbi részeket lehetőleg újra alkalmazzuk, ismételjük. Állandó visszacsatolással ellenőrizzük a megszerzett ismeretek tudását, gyakoroltságát, és nem utolsósorban azt, hogy a tanulók mennyire tudják alkalmazni azokat. A kísérleti tankönyvek úgy készültek, hogy figyelembe veszik azt a speciális helyzetet, hogy nem jut sok óra az egyes témakörök megtanulására, és kevés idő marad a gyakorlásra, ismétlésre. Ezért az egyes témakörökből a lényeget ragadják meg, alapvetően azt a keveset, ami a több éves felejtés után amúgy is megmaradni hívatott, és sok érdekes, emlékezetes gyakorlati példa segítségével rögzül a tanulókban.

A tananyag rögzítését segítik a képek, az oldalakon lévő elemek változatos elrendezése. Minden fejezet kinézete más, így lehet hivatkozni a képekre, táblázatokra, pl. – Arra az anyagrészre gondolok, ahol Neumann János fényképe volt. – Ja, a játékos részre!

Nagyon emlékezetesek az egyén számára azok a problémák és megoldások, amelyek trükkjére maga jött rá. Minél több ilyen esemény történik, annál könnyebb rájuk építve megtanítani, illetve emlékezetessé tenni a tananyagot. Érdemes hivatkozni, ezzel rendszeresen emlékeztetni a tanulókat a korábbi ügyes hozzászólásaikra, megfigyeléseikre.

Általában is igaz, hogy azokat a tananyagrészeket, amelyekre való emlékezést nagyon fontosnak tartjuk, többször és valamilyen emlékhez társítva említsük meg. Pl. Az a törvény, amire az egyik tanuló olyan vicceset mondott, ahhoz a feladathoz hasonló, amelyikben az a sok majonéz volt a fényképen stb.

A tanulási folyamat hatékonysága annál nagyobb, minél aktívabban vehet részt abban a tanuló. A frontális tanításnál egyedül az a diák aktív a csoportból, aki éppen a tanárral egy kérdés erejéig kommunikál. Kicsi az aktivitási felület. A csoportos foglalkozásnál gyakorlatilag minden tanuló aktív, megnő a tanulási aktivitási felület. Hasonlóan a folyadékok párolgásához. Kezdetben csak a víz felszínén történik a párologtatás. Bár a párolgás melegítés hatására egyre intenzívebbé válik, robbanásszerű változás akkor következik be a párolgás hatékonyságában, amikor forrni kezd a víz, vagyis a párolgási felület a buborékok felületével is szinte korlátlanul megnő. Ugyanilyen intenzívvé válhat a megfelelő kiscsoportos foglalkoztatással a tanítás és a tanulás hatékonysága.

Fontos a tanulókban tudatosítani az általános érvényű tanulási technikákat is. Érdemes tanulási ütemtervet készíteni, és azt betartani. Nagyon fontos a rendszeres tanulás. Érdemes kialakítani a tanulás megfelelő környezetét, és megfelelően berendezni azt. Hogy ne kelljen állandóan keresgélni a tanuláshoz szükséges dolgokat, tollakat, jegyzeteket, könyveket. Fontos, hogy az ember ne várjon valaki biztatására, hogy „Kezdj már el tanulni, fiam!”, hanem magunktól kell rászánni magunkat a tanulásra. A tanulók tanulási stratégiájának részeként maguktól is kijelölhetik a memorizálandó anyagrészt, amelyet hasznosnak ítélnek, és hozhatnak a tanulással kapcsolatban egyéb döntéseket is. Érdemes többször is, például az óra előtt, átolvasni a tananyagot. Ha már egyszer tanulunk valamit, rászánjuk az időt, energiát, akkor érdemes megtanulni is.

A tankönyv tanórai és otthoni használatának lehetőségei

A tankönyvek remekül használhatók a különböző óratípusok kivitelezésére, így az új ismereteket feldolgozó óra, a gyakorlóóra, a rendszerező óra és a témazáró óra megvalósítására. Csakhogy a nagyon csekély tanítási óraszám ezt nem teszi lehetővé, így az egyes típusokat az adott képzési időszakokban keverni kell. Gyakorlatilag egy órán új ismereteket dolgozunk fel, rendszerezzük a már meglévő ismereteinkkel, és rögtön alkalmazzuk is. Sok esetben mindezt egyszerre vagy többször is különböző sorrendben alkalmazva.

A tankönyveket fel lehet használni frontális óravezetésre, alkalmasak az egyéni, illetve a páros munkára, a tankönyv feladatait kioszthatjuk csoportok között és csoporton belül is. Sőt, némi többletmunka ráfordításával alkalmas kooperatív csoportmunkára is. A tankönyvek segítségével fejleszthetők a tanulók készségei, a diákokkal lehet gyakorolni az adott tananyagot.

Az otthoni munkát alapvetően kétféle szemlélettel adhatjuk fel. Egyrészt az otthoni munka előkészítheti a következő órai tananyagának feldolgozását. A diák a bevezető és ismétlő, rávezető feladatokat csinálja meg otthon, és az óra már, rövid egyeztetés után, az új ismeretek feldolgozásával, gyakoroltatással telik. A házi feladat pedig a következő óra anyagából kerül ki. A másik szemléletben a hagyományos, az új ismeret és a gyakorlás folytatásaként jelenik meg a házi feladat. A következő órán még meg lehet beszélni a problémákat, majd lehet továbbhaladni az anyagban. Ekkor a házi feladat szerepe a gyakorlás. A tankönyvi és a munkafüzeti feladatok közül mind a kétféleképpen adhatunk fel házi feladatot.

A tankönyvek alkalmasak a dolgozatok (felelések) előtti otthoni önálló ismétlésre, készülésre is.

A tankönyvekhez kapcsolódó kiadványok a munkafüzetek, valamint az interneten, az ntk.hu honlapon található digitális tananyagok.

IV. A MUNKAFÜZETEK

A két munkafüzet a kétkötetes Szakiskolai közismereti tankönyv Matematika tantárgyhoz készült, így tartozik egy munkafüzet a kilencedikes tankönyvhöz és egy a tizedikes tankönyvhöz. A munkafüzetek elsődleges célja a tankönyvekben leírtak gyakorlása. A munkafüzetek leckéinek sorrendje a tankönyvek fejezeteinek sorrendjét követi, ez segíti, hogy a tanulók a tankönyvek és munkafüzetek témaköreit könnyebben ki tudják számolni.

A munkafüzetek leckéinek kinézete megegyezik a tankönyvek fejezeteinek kinézetével. A kinyitásakor látható két oldal képez egy teljes leckét. A matematika jelölés színével, pirossal van aláhúzva a fejléc, amelyben bal oldalon szerepel a fejezet sorszáma (2. sorszám alakban), majd a fejezet címe, jobb oldalon pedig a tematikai egység, amelyhez a fejezet tartozik.

A munkafüzetek a tankönyvi egységekhez képest csak feladatokat tartalmaznak. A feladatok sorszáma a tankönyvi feladatjelöléshez hasonlóan piros körön fehér szám. A feladatoknál viszont rendelkezésre áll megfelelő hely a feladatok megoldásához. (Elvileg a tankönyvbe nem írhat a tanuló, bár a megoldandó feladatokat be szokták jelölni, és kipipálni a megoldott feladatokat, esetleg részszámolásokat vagy végeredményeket is oda szoktak írni. Ha nem szeretnénk a könyvbe firkálást, akkor rendszeresen figyelmeztetni kell erre a tanulókat.) A munkafüzet viszont arra való, hogy a megoldásokat beleírják a diákok. A munkafüzet a tankönyvi feladatok kiegészítésén túl a tananyag tanár és diák igényei szerinti alkalmazását is segíti. A munkafüzetek önálló munkára alkalmasak, így lehetőséget biztosítanak az otthoni gyakorlásra és a házi feladatra.

A munkafüzetek feladatai néhány esetben túlmutatnak a tananyagon, nehezebb feladatokat is tartalmaznak. Néhány feladat különösen érdekes, de ezek is a mindennapi életben és a különböző szakmákban is előforduló helyzetekből merítenek. A munkafüzetben találhatók olyan feladatok, amelyek csak felidézik az általános iskolában tanultakat, más részük gondolkodtatóbb, összetettebb, az új ismeretek alkalmazását igényli. A feladatok elején gyakran az első válasz már megoldott, ez mintát ad a további részfeladatok helyes megoldására.

A munkafüzetek feladatainak megoldásához a tankönyvben találhatók a szükséges ismeretek. A tankönyvi példák segíthetnek az önállóan dolgozó tanulók számára a szükséges ismeretek vagy minták megszerzéséhez.

A kilencedikes munkafüzethez tartozik egy 31. fejezet is, amely a tematikus tudáspróbát tartalmazza. Ebben a fejezetben 50 feladat található, melyek megoldásával a diákok egy-egy témakör megtanulását ellenőrizhetik. Ezekben a feladatokban a helyes választ vagy válaszokat kell megjelölni bekarikázással. Előfordulhat, hogy több helyes válasz is van.

A kilencedikes munkafüzetben a diákoknak szóló, a tizedikes munkafüzetben a tanároknak és diákoknak egyaránt szóló előszó található. A kilencedikes munkafüzet belső borítóin a feladatok egy részéhez használható képletgyűjtemény, illetve mértékegység-táblázat kapott helyet.